(5

ACCESSIONIS
AD
STERIOMETRIAM,
ET MECANICAM,

PARS PRIMA.

In qua traduntur Mensuræ, & Centra grauitatis quamplurium solidorum.

AVTHORE
F. STEPHANO DE ANGELIS
VENETO,

Ordinis Iesuatorum S. HIERONYMI, in Veneta Prouincia Dcfinitore Prouinciali.



VENETIIS, M DC LXII.

Apud Ioannem La Noù.

SVPERIORVM PERMISSV.

Illustrissimis, & Excellentissimis D. D.

ANDREÆ CONTARENO, NICOLAO SAGREDO, BAPTISTÆ NANIO,

Equitibus, D. M. Procuratoribus, ac sapientissimi Athenæi Patauini Moderatoribus.

F. STEPHANVS ANGELI VENETVS, Ord. Iesuat. S. HIERONYMI, & in Veneta Prouincia Prouincialis Definitor P.P.P.

LEGIBVS sancitum omnibus nemini ambigendum opinor, fidelem ciuem pro ijs cunctis, quæ vel cęcę Fortunæ velleitatibus, vel sudore, ac labore potitur proprio, suo naturali, legitimoque Principi tributum soluere arctè teneri. Syderum, superorumque ingenti fauore Ve-

netijs (in Libertatis Regia videlicet) proindeque sub huiusce Celsissimæ Reipublicæ ad inuidiam vsque felici regimine, in hunc terrarum orbem sum deuolutus. Quumque (haud modicum vitæ meæ curriculum impendens) infessa, pertinacique diligentia, & anxietate quamplurimas acquisiuisse geometricas diuitias, fortassis non incongruè, iactem; pro his vectigal reddere optimum duco. Vobis igitur Patres, ac Proceres Prestantissimi, quibus prudentissimis ac æquissimis suffragijs patrio à Senatu gazas cunctas scientiarum exercere, ac administrare, huiuscemodique decimas exigere commissum video, illud presenti offero libello. Quod neutique ab vrbanitate, Vestra lenissima spretum iri arbitrandum; hoc namque Regia Munificentia Vobis congenita Polo vtrique innotescens valdè vetat. Illud ergo hilari excipite fronte, meque seruum humillimum, cum eo pariter, protectionis Vestræ sub alis, vt enixè deprecor, fouete, ac tegite. Ad Nestoreos annos valete incolumes scientiarum conseruatores, & propagatores; Equitum splendor; dignitatis Procuratoriæ decus; Senatus firmissimæ bases; Venetæ libertatis propugnacula; & perfectorum ciuium Aristocraticorum regula, norma, ac exemplar. Valete.

L E-

LECTORI
BENEVOLO.

TRACTATVLI *nostri* De Infinitarum Cochlearum Mensuris, &c. *absoluta impressione, non nulla Geometrica excogitauimus, ac in duas distribuimus partes; quas etiam,* Accessionis ad Steriometriam, & Mecanicam *appellitare statuimus. In his non pauca ad mensuras, centraque grauitatis quamplurium solidorum attinentia enucleantur. Verùm dùm de illarum diuulgatione soliciti essemus, innumera impedimenta occurrerunt, quæ omnia nos coegerunt finem partis primæ firmum punctum facere. Pars altera, & non pauca alia, quæ vel sparsim schedulis varijs commendantur, vel adhuc immatura, & indigesta phantasiam occupant opportunius tempus expectabunt. Quod attamen Deus solus scit an aliquandò sit venturum Etenim quamuis ętas nostra minimè abnuat (labitur quippè nunc ipsius trigesimus nonus annus) nihilo-*

minus

minus incredibile propemodum est quantùm sors obstet aduersa. Nisi aptiùs fortassis quisque asserat, hoc à geometriȩ indignatione ortum ducere, renuentis tam friuolis elucubrationibus, quales nostrȩ decernuntur, conspurcari. Quidquid sit, lege hęc, Humanissimè Lector. Quȩ si grata apparebunt, totis curabimus viribus alia his succedere. Vale.

Noi

Noi Reformatori dello Studio di Padoa.

HAuendo osseruato per fede del P. Inquisit. nella prima parte di Geometria composta dal P. F. Steffano de Angelis, non esserui cosa alcuna contro la Santa Fede Cattolica, e parimente per attestato del Segretario nostro niente contro Prencipi, e buoni costumi, concedemo licenza, che sij stampato, osseruandosi gl'ordini, &c.

Dat. dal Magist. nostro li 25. Febraro 1661.

Andrea Contarini Cau. Proc. Refor.
Battista Nani Cau. Proc. Ref.

Angelo Nicolosi Segr.

FA

F A C V L T A S

Reuerendiſſimi Patris Generalis.

LAVDETVR IESVS CHRISTVS.

O*PVS inſcriptum* , Acceſſionis ad Steriometriam,& Mecanicam,&c. *compoſitum ab Admodum Reu. P. Stephano de Angelis Veneto profeſſo Noſtri Ordinis Ieſuatorum , ac in Prouincia Veneta Definitore , concedimus Typis demandari : dummodo habeat neceſſarias licentias , & approbationes , quæ de iure ſunt neceſſariæ &c. In quorum fidem præſentes manu propria ſubſcripſimus , ac proprio Noſtri Officij ſigillo munivimus .*

Datum Brixiæ , in Noſtro Conuentu Corporis Chriſti, Die 2. *Decemb.* 1661.

Fr. Antonius Nouellus Gen. Ieſuat.

Locus Sigilli.

AC-

ACCESSIONIS
AD
STERIOMETRIAM, ET MECANICAM.

PARS PRIMA.

DE Mensuris, & centris grauitatis sphæræ, sphæroidis, ac portionum eorundem quamplurimi pertractarunt. Enituit inter hos mirificè percelebris ille geometra Lucas Valerius in ijs libris, quos de centris grauitatis solidorum appellitauit. Nos in quarto illorum librorum, cuius inscriptio, *De Infinitis Parabolis*, ex analogia agnita inter hæc solida, & parabolam quadraticam, idem argumentum exagitauimus. Nunc, medio conoide parabolico quadratico, eundem lapidem voluere intelligimus. Ve-

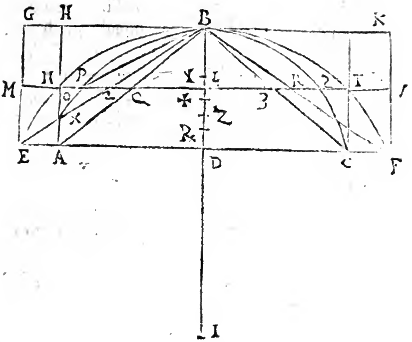
rùm ante omnia describere oportet indolem conoidis, quo vti est animus.

Supponamus A P B C, esse portionem quamlibet sphæræ, cuius axis B D; tota diameter B I; basis A D C. Ducta autem chorda B A, ipsi fiat æqualis E D, & axi B D, ordinatim applicata E D, sit semiparabola quadratica E B D, cuius axis B D, basis E D; ex cuius reuolutione circa B D, sit conoides parabolicum E B F. In ipso ordinatim applicata qualibet N P L, & iuncta B P; erit N L, æqualis B P. Namque, cum sit vt D B, ad B L, sic tam quadratum A B, ad quadratum B P (propter sphæram) quam quadratum E D, ad quadratum N L. Erit permutando, vt quadratum E D, ad quadratum A B, sic quadratum N L, ad quadratum P B. Et vt E D, ad A B, sic N L, ad B P. Sed E D, æquatur B A, ex constructione. Ergo etiam N L, æquabitur P B. Et sic de reliquis. De his ergo erit.

PROPOSITIO I.

Si sint cylindri, nempe conoidi circumscriptus, & super eadem basi, & circa eundem axim cum portione. Erit tubus cylindricus, qui est excessus cylindri circumscripti conoidi, supra cylindrum super basi portionis, triplus excessus conoidis supra portionem.

Co-



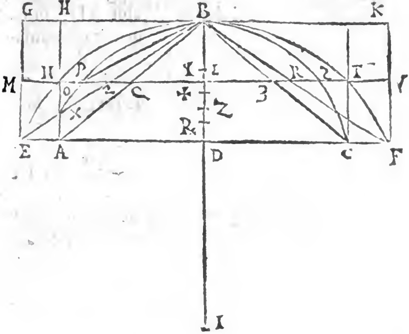
Conoidi sit circumscriptus cylindrus GF, & HC, sit cylindrus super basi ADC, & circa axim BD. Dico tubum cylindricum GAK, esse triplum excessus conoidis supra portionem. Sumpto namque in DB, quolibet puncto L, per ipsum agatur planum MV, parallelum EF, secans omnia vt in schemate. Quoniam enim supra patuit quadratum ED, æquale quadrato BA; nempe quadratis AD, DB: & quadratum ED, est æquale quadrato AD, & rectangulo EAF. Ergo rectangulum EAF, cum quadrato AD, est æquale quadratis AD, DB.

Ergo communi ablato quadrato A D, rectangulum E A F, eſt æquale quadrato D B. Eodem modo, quoniam patuit quadratum N L, æquale quadrato P B: eodem diſcurſu patebit rectangulum N P T, æquale quadrato B L. Ergo rectangulum E A F, ſeù M O V, erit ad rectangulum N P T, vt quadratum D B, ad quadratum B L: nempe (ducta B A, & intellecto cono A B C) vt quadratum A D, ſeu O L, ad quadratum Q L. Nempe, armilla circularis M O V, erit ad armillam circularem N P T, vt circulus radij O L, ad circulum radij Q L. Sed punctum L, ſumptum fuit ad arbitrium. Ergo tubus G A K, erit ad exceſſum conoidis ſupra portionem, vt cylindrus H C, ad conum A B C. Nempe in ratione tripla. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Adnotetur attamen modus arguendi. Eodem quippè diſcurſu, quo concluſum fuit, eſſe totum tubum cylindricum G A K, ad totum exceſſum conoidis ſupra portionem, probari quoque poteſt, eſſe v.g. tubum MAV, ad partem exceſſus ex ENPA, vt cylindrus O C, ad fruſtum conicum ex A Q L D. Et ſic de reliquis partibus proportionalibus. Cum verò ex ſchol. 2. propoſit. 15. lib 2. de Infin. Parabolis, & alibi, ſit O C, ad fruſtum conicum ex A Q L D, vt tripla A D, ad A D, Q L, & tertiam ipſarum minorem continuè proportionalem: nempe, vt tripla

D B,



D B, ad D B, B L, & tertiam ipſarum proportionalem. Erit etiam tubus cylindricus M A V, ad partem exceſſus prædictam, vt tripla D B, ad D B, B L, & dictam tertiam proportionalem.

SCHOLIVM II.

Ex noſtris verò doctrinis generalibus aſſignatis in lib. 3. de Infinit. Parab. facilè eſt diſcurrere, conum, & exceſſum prædictum, eſſe quantitates proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in gra-

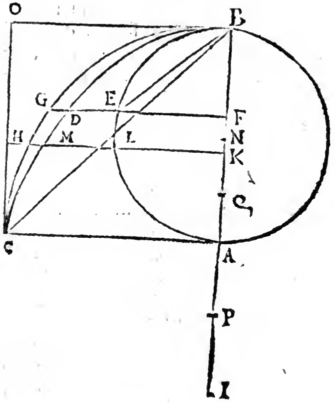
grauitatē : tam secundum totum , quam secundum partes proportionales. Ergo centrum grauitatis illorum solidorum secabit B D, in eodem puncto. Sed L, v. g. centrum grauitatis coni sic secat B D, vt B L, sit tripla L D, vt à plurimis, & etiam à nobis pluribus vicibus probatum fuit. Ergo etiam centrum grauitatis dicti excessus sic secabit B D.

Pari passu eodem modo secabitur L D, à centro grauitatis partis excessus ex E N P A, sicuti secatur à centro grauitatis frusti conici A Q 3 C. Cum verò ex schol. proposit. 18. lib. 4. de Infinit. Parab. factis B Y, tripla Y L, & B Z, tripla Z D, & facto vt cubus D B, ad cubum B L, sic Y ℞, ad ℞ Z, sit ℞, centrum grauitatis frusti conici ex A Q L D. Erit etiam ℞, centrum grauitatis partis illius excessus, cuius axis L D.

SCHOLIVM III.

Adhibuimus autem sphæræ portionem, & non totam sphæram ad generationem conoidis parabolici, quia sphæræ portione, & non tota indigemus sphæra, ad patefacienda quamplurima sequentia. Non quod omnia supra dicta non manifestentur etiam de ipsamet sphæra integra. V. g. si in schem. sequenti, supponamus totam sphæram, cuius diameter B A, & supponamus conoides parabolicum genitum ex semiparabola C D B A, reuoluta circa axim B A,

cuius



cuius ordinatim applicatæ ſint CA, æqualis BA, maximæ chordarum ſphæræ, & DF, æqualis chordæ BE, & ſic de alijs. Intellecto cylindro ex rectangulo OA, ſemiparabolæ circumſcripto. Etiam hic triplus erit exceſſus conoidis ſupra ſphæram. Nam intellecto etiam cono ex triangulo BCA, reuoluto circa BA. Eodem diſcurſu, quo factum fuit in

in propositione superiori, constabit, cylindrum esse ad excessum, vt est ad conum. Et excessum, & conum esse magnitudines proportionaliter analogas. Et quæcunque supra conclusa fuerunt de excessu conoidis supra portionem; hìc concludentur de excessu conoidis supra sphæram. Vt facilè quisque proprio assequetur Marte.

SCHOLIVM IV.

Antequam autem vlteriùs procedamus, tangemus incidenter, quod si in qualibet semiparabola CDBA, abscindatur BA, pars axis æqualis lateri recto parabolæ, & à puncto A, ordinatim applicetur AC, ad diametrum, & ducatur BC, ac super diametro BA, Fiat semicirculus BEA, & intelligamus omnia rotari circa BA. Excessus conoidis supra sphæram tam secundum totum, quam secundum partes proportionales, erit æqualis cono ex BCA. In hoc namque conoide CA, æquatur AB; quia quadratum CA, cum sit æquale rectangulo sub AB, & sub latere recto, erit etiam æquale quadrato BA. Sed his omissis consideremus sphæræ portionem, vt supra fecimus.

PROPOSITIO II.

Si in ambobus solidis inscribantur coni. Differentia prædictorum solidorum erit æqualis tam secundum totum, quam

quam secundum partes proportionales differentiæ conorum.

DE totis est manifestum. Quippè tubus cylindricus GAK, est triplus tam differentiæ solidorum, ex proposit. anteced. quam differentiæ conorum. Quia, cum tam cylindrus GF, sit triplus coni EBF, quam cylindrus HC, triplus coni ABC. Erit tubus GAK, triplus dictæ differentiæ conorum.

De totis, & de partibus proportionalibus simul, patebit sic. Accepto puncto L, traiciatur planum MV, parallelum EF, secans omnia vt in schemate, vt supra factum est. Quoniam vt quadratum DB, ad quadratum BL, sic tam totum quadratum ED, ad totum quadratum 2L, quam ablatum quadratum AD, ad ablatum quadratum QL. Ergo & vt quadratum DB, ad quadratum BL, sic erit reliquum rectangulum EAF, ad reliquum rectangulum 2QR. Sed supra etiam probatum est, vt quadratum DB, ad quadratum BL, sic rectangulum EAF, ad rectangulum NPT. Ergo rectangulum EAF, ad rectangula NPT, 2QR, erit in eadem ratione. Ergo illa rectangula erunt æqualia. Quare & armilla æqualis armillæ. Et solidum solido æquale tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

PROPOSITIO III.

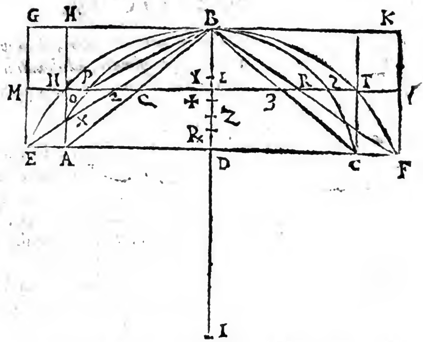
Excessus conoidis supra suum conum, est æqualis excessui portionis supra suum conum, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

DE totis excessibus sic patebit. Nam conus inscriptus in conoide secabit portionem sphæræ, vt eius pars ad verticem tota sit intra portionem. Frusti verò ad basim, aliqua pars sit extra portionem. Cum autem ex proposit. anteced. differentia conoidis & portionis sit æqualis differentiæ conorum. Ablata communi parte genita à figura XEA, & addita genita à figura contenta à recta, & curua BX: patebit propositum.

De partibus proportionalibus non erit differens demonstratio, additis, & ablatis communibus partibus secundum quod planum secans parallelum EDF, secat solidum diuersis in locis.

SCHOLIVM.

Consequenter ergo ad nostras doctrinas generales, excessus prædicti erunt quantitates proportionaliter analogæ, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Vndè centrum grauitatis illarum secabit BD, in eodem puncto, quod erit medium ipsius



B D, vt deductum fuit, & in schol. proposit.6. Miscell. Hyperbolici, & Parabolici, & in proposit.46. eiusdem.

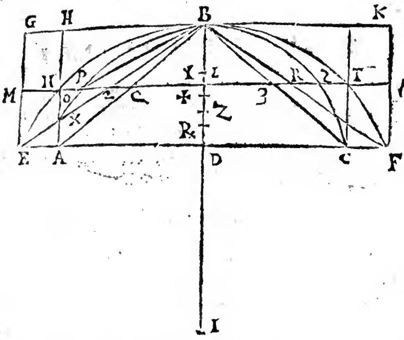
Item ex schol.proposit.6. citatę, erit excessus portionis supra conum A B C, sibi inscriptum, dimidium coni E B F, inscripti in conoide: quia in loco citato deductum fuit, & deducetur faciliter, excessum conoidis supra conum sibi inscriptum esse illius subduplum.

PROPOSITIO IV.

Cylindrus circumscriptus cuilibet portioni sphæræ, est ad ipsam, vt quadratum radij basis cylindri, ad dimidium quadratum radij basis portionis, vna cum sexta parte quadrati axis eiusdem.

CVIuscunque portioni ABC, sphæræ sit circumscriptus cylindrus HC. Dico hunc esse ad portionem, vt quadratum AD, radij basis cylindri, ad dimidium quadrati AD, basis radij portionis, siuè hæ bases sint eædem, vt erit in omnibus portionibus non maioribus hemisphærio, siue diuersæ, vt in portionibus maioribus hemisphærio, in quibus basis cylindri erit circulus sphæræ maximus, vna cum sexta parte quadrati BD. Nam cylindrus GF, circumscriptus conoidi EBF, descripto secundum conditiones supra explicatas, erit ad excessum conoidis supra portionem, vt quadratum ED, ad tertiam partem rectanguli EAF. Quia ad tubum cylindricum GAK, qui ex proposit. 1. est triplus dicti excessus, est vt quadratum ED, ad rectangulum EAF. Sed idem cylindrus GF, est conoidis parabolici duplus, vt ostensum fuit à quamplurimis, & etiam à nobis pluribus in locis, quorum vnus est proposit. 15. lib. 2. de Infinit. Parab. nempe est ad ipsum vt quadratum ED, ad sui dimidium: nempe ad dimidium quadrati AD, & rectanguli EAF. Ergo

cy-



cylindrus GF, erit ad portionem ABC, vt quadratum ED, ad dimidium quadrati AD, vna cum excessu dimidij rectanguli EAF, supra tertiam partem eiusdem: nempe vna cum sexta parte rectanguli EAF. Sed cylindrus HC, est ad cylindrum GF, vt quadratum AD, ad quadratum DE. Ergo ex æquali, erit cylindrus HC, ad portionem ABC, vt quadratum AD, vt radius basis cylindri, ad dimidium quadrati AD, si sit radius basis portionis, vna cum sexta parte rectanguli EAF: nempe vna cum sexta parte quadrati BD (nam ex constructione,

ne, rectangulum E A F, est æquale quadrato B D.) Quod &c.

COROLLARIVM I.

Ergo si A B C, erit hemisphærium, erit cylindrus H C, ipsius sesquialter. Nam cum basis cylindri, & hemisphærij sit eadem: patet dimidium quadrati A D, vna cum sexta parte quadrati B D, seu A D, facere duas tertias quadrati A D.

COROLLARIVM II.

Ergo si A B C, non esset portio sphæræ, sed sphæra integra, vt B D, esset eius diameter; cylindrus sphæræ circumscriptus esset eius sesquialter. Quod non tantum potest deduci, quia hic cylindrus duplus cylindri hemisphæri circumscripti, sicuti sphæra dupla hemispærij; sed etiam immediate, quia tunc basis portionis nulla esset. Et cylindrus sphæræ circumscriptus, cuius radius basis sphæræ semidiameter, esset vt dictum quadratum, ad sextam partem quadrati diametri: nempe, vt quadratum diametri ad $\frac{1}{6}$, seu ad $\frac{2}{3}$ quadrati diametri. Est enim etiam nunc cylindrus G F, excessus conoidis E B F, supra sphæram D A B C A, in hoc proposito casu, triplus ex schol. 3. proposit. 1.

CO-

COROLLARIVM III.

Ergo exceſſus conoidis ſupra portionem erit ad ipſam, vt tertia pars rectanguli E A F, ſeù quadrati B D, ad dimidium quadrati A D, vna cum ſexta parte quadrati B D. Ex progreſſu enim demonſtrationis primæ patuit, cylindrum G F, eſſe ad exceſſum, vt quadratum E D, ad tertiam partem rectanguli E A F, ſiue quadrati D B. Et inſimul eundem cylindrum G F, eſſe ad portionem, vt idem quadratum E D, ad dimidium quadrati A D, vna cum ſexta parte quadrati B D.

COROLLARIVM IV.

Ergo dictus exceſſus erit ad portionem, vt tertia pars D B, ad ſextam partem D B, vna cum dimidia D I, axi reliquæ portionis ad ſphæram. Nam tertia pars quadrati D B, eſt rectangulum ſub D B, & ſub eius tertia parte. Item rectangulum ſub D B, & ſub eius ſexta parte eſt ſexta pars quadrati D B. Dimidium quadrati A D, eſt rectangulum (propter circulum) ſub B D, & ſub dimidia D I. Cum ergo hæc omnia plana habeant communem altitudinem B D. Erit vt rectangulum ſub D B, & ſub eius tertia parte, ad rectangulum ſub D B, & ſub eius ſexta parte, vna cum rectangulo ſub D B, & ſub dimidia D I,

nem-

nempe vt excessus ad portionem, sic tertia pars DB, ad sextam partem DB, vna cum dimidia DI.

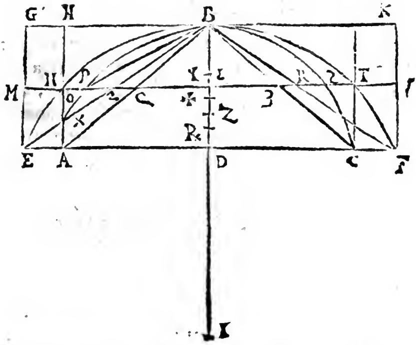
ALITER.

Inscriptis tam in conoide, quam in portione conis, excessus portionis, supra suum conum est dimidium coni EBF, vt deductum est in schol. prop. 3. Ergo cylindrus HC, portioni circumscriptus erit ad ipsam, vt est ad dimidium coni EBF, & ad conum ABC. Sed cylindrus HC, est ad dimidium coni EBF, vt quadratum AD, ad sextam partem quadrati ED: nempe quadrati AD, & rectanguli EAF; seù quadrati BD. Item cylindrus HC, est ad conum ABC, vt idem quadratum AD, ad tertiam partem quadrati AD, vt radius basis coni. Ergo cylindrus ad portionem, erit vt quadratum AD, ad tertiam, cum sexta parte quadrati AD: nempe ad dimidium quadrati AD, vna cum sexta parte quadrati BD. Quod &c.

COROLLARIVM V.

Ergo excessus portionis supra conum ABC, erit ad ipsum, vt sexta pars quadrati AD, vna cum sexta parte quadrati DB, ad tertiam partem quadrati AD. Nempe vt sexta pars diametri BI, ad tertiam partem DI. Quæ deducentur, vt factum est in alijs

co-



corollarijs tertio, & quarto, ex progressu secundæ demonstrationis.

COROLLARIVM VI.

Ergo tota portio erit ad excessum sui supra conum, vt dimidia DI, cum sexta parte DB, ad sextam partem BI. Et ad conum, vt idem antecedens, ad tertiam partem DI.

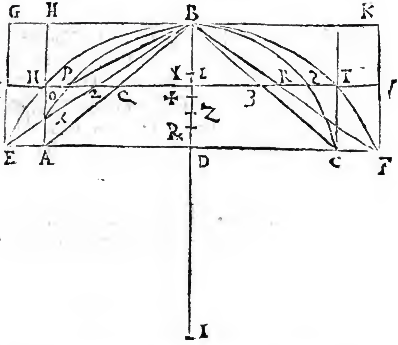
COROLLARIVM VII.

Ergo quilibet cylindrus eiusdem altitudinis eum portione, erit ad ipsam, vt quadratum radij suæ basis, ad dimidium quadrati radij basis portionis, vna cum sextante quadrati axis portionis. V.g. cylindrus quilibet G F, esset ad portionem A B C, vt quadratum radij E D, ad dimidium quadrati A D, vna cum sextante quadrati D B.

COROLLARIVM VIII.

Ergo quilibet cylindrus M F, ad quamlibet sphæræ portionem A B C, habet rationem compositam ex ratione quadrati E D, radij suæ basis, ad bessem quadrati A D, radij basis portionis, vna cum sextante quadrati D B, & ex ratione D L, altitudinis cylindri, ad B D, axim portionis. Nam cylindrus M F, ad portionem habet rationem compositam ex ratione ipsius ad cylindrum H C, portioni circumscriptum, & ex ratione ipsius ad portionem. Ratio cylindri M F, ad cylindrum H C, componitur ex ratione quadrati E D, ad quadratum D A, & ex ratione D L, ad D B. Cylindrus H C, ad portionem est vt quadratum A D, ad dimidium quadrati A D, radij portionis, vna cum sextante quadrati D B. Ergo ratio cylindri M F, ad portionem componetur etiam ex istis proportionibus. Sed ex duabus propor-

tioni-



tionibus quadrati E D, ad quadratum A D, & huius ad dimidium quadratum radij basis portionis, vna cum sextante quadrati D B, componitur ratio quadrati E D, ad dimidium quadrati A D, radij basis portionis, vna cum sextante quadrati D B. Quare patet propositum.

PROPOSITIO V.

Cylindrus super eadem basi, & circa eundem axem cum portione, est ad ipsam, vt axis reliquæ portionis, ad dimidium

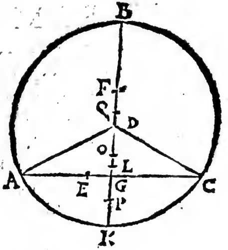
dium axis reliquæ portionis, vna cum sexta parte axis portionis.

SI super eadem basi ADC, sit cylindrus HC; hic erit ad portionem, vt DI, ad compositam ex dimidia DI, & ex sexta parte DB. Cylindrus enim super eadem basi cum portione, est ad ipsam, ex coroll. 7. antec. citat. vt quadratum AD, ad dimidium quadrati AD, vna cum sexta parte quadrati DB. Nempe vt rectangulum IDB, ad sui dimidium, vna cum rectangulo sub DB, & sub sexta parte DB. Nempe, propter eandem altitudinem DB, vt ID, ad sui dimidiam, cum sexta parte DB. Quod &c.

COROLLARIVM I.

Ergo quilibet cylindrus super eadem basi ADC, cuiuscunque altitudinis, erit ad portionem, vt rectangulum sub altitudine cylindri, & sub axi reliquæ portionis, ad rectangulum sub axi portionis, & sub composita ex eius sextante, & ex dimidio axi reliquæ portionis. V. g. in sphæra diagrammatis sequentis cuius diamerer Bk, portiones minor AkC, maior ABC, erit cylindrus cuius basis AGC, altitudo GD, ad portionem AKC, vt rectangulum BGD, ad rectangulum sub Gk, & sub composita ex dimidia BG, & ex sextante GK. Sic idem cylindrus erit ad portionem ABC, vt rectangulum KGD,

ad.



ad rectangulum sub BG, & sub composita ex dimidia GK, & ex vna sexta GB.

COROLLARIVM II.

Ergo conus ADC, triens dicti cylindri, erit ad portiones, vt vna tertia antecedentis, ad eadem consequentia. Nempe ad portionem minorem AkC, vt triens rectanguli BGD, ad rectangulum sub KG, vt sub composita ex dimidia BG, & ex vna sexta Gk. Ad portionem verò ABC, vt triens rectanguli kGD, ad rectangulum sub BG, & sub composita ex dimidia kG, & ex sextante GB.

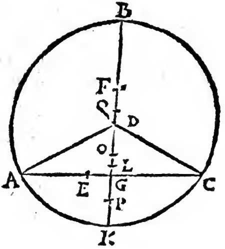
COROLLARIVM III.

Ergo in portione maiori A B C, erit conuertendo, diuidendo, & rursum conuertendo, conus A D C, ad sectorem maiorem ABCD, vt triens rectanguli kGD, ad excessum rectanguli sub B G, & sub composita ex dimidia k G, & ex sextante B G, supra ipsum: Nempe ad rectangulum sub triente K G, & sub composita ex sesquialtera D B, & ex dimidia D G, vna cum vna sexta quadrati B G.

COROLLARIVM IV.

Ergo portio A k C, erit ad portionem A B C, vt factum sub k G, axi portionis, & sub rectangulo sub triente k G, axi portionis, & sub composita ex dimidia B G, axi reliquæ portionis, & ex sextante k G, ad factum sub G B, & sub rectangulo sub triente G B, & sub composita ex dimidia k G, & ex sextante B G. Nam proportio portionis A K C, ad portionem A B C, componitur ex proportione ipsius ad conum A D C; & huius ad portionem. Proportio A k C, ad A D C, componitur ex proportione k G, ad G D, & compositæ ex dimidia B G, & sextante k G, ad trientem B G. Proportio A D C, ad A B C, componitur ex proportione G D, ad G B, & trientis k G, ad compositam ex dimidia K G, & ex sextante B G. Quare & ra-

tio



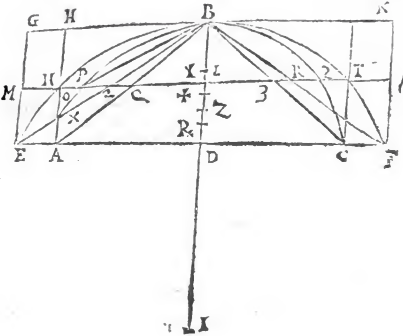
tio portionis ad portionem componetur ex ijſdem rationibus. Sed ex proportionibus kG, ad GD, & GD, ad GB, componitur proportio KG, ad GB. Ergo proportio portionis ad portionem componetur ex proportione kG, ad GB; compoſitæ ex dimidia BG, & ex ſextante Gk, ad vnam tertiam BG; & trientis kG, ad compoſitam ex dimidia kG, & ex vna ſexta BG. Sed ex dictis rationibus componitur quoque ratio facti ſub KG, & ſub rectangulo facto ſub compoſita ex dimidia BG, & ex ſextante GK, & ſub vna tertia Gk, ad factum ſub BG, & ſub rectangulo ſub vna tertia BG, & ſub compoſita ex dimidia kG, & ex ſextante BG.

PRO-

PROPOSITIO VI.

Centrum grauitatis cuiuscunque portionis sphæræ sic diuidit axim, vt pars terminata ad verticem, sit ad terminatam ad basim, vt quadruplus axis reliquæ portionis, vna cum axi portionis, ad duplum axim reliquæ portionis, vna cum axi portionis.

SVpponatur L, centrum grauitatis portionis A B C. Dico esse B L, ad L D, vt quadrupla D I, vna cum D B, ad duplam D I, cum D B. Diuidatur enim B D, in ℞, vt B ℞, sit tripla ℞ D. Ergo ℞, erit centrum grauitatis excessus conoidis E B F, supra portionem, ex schol. 2. proposit. 1. Item B D, eadem diuidatur sic in Z, vt B Z, sit dupla Z D. Ergo Z, erit centrum grauitatis totius conoidis, vt patet ex quamplurimis, & etiam ex nobis in proposit. 14. lib. 4. de Infinit. Parab. & Z ℞, erit duodecima pars B D; quia quorum B D, est 12. B ℞, est 9. & B Z, 8. Si ergo fiat, vt portio ad excessum reciprocè, sic ℞ Z, ad Z L. Erit ex doctrinis famosis archimedeis, L, centrum grauitatis portionis. Sed portio ad excessum, ex coroll. 4. proposit. 4. est vt sexta pars D B, vna cum dimidia D I, ad tertiam partem D B. Ergo ℞ Z, erit ad Z L, vt sexta pars D B, cum dimidia D I, ad tertiam partem D B. Cum verò D B, sit duodecupla Z ℞, erit D B, ad L Z, vt 12. dimidiæ D I, seù sex D I, vna cum 12. sextis par-



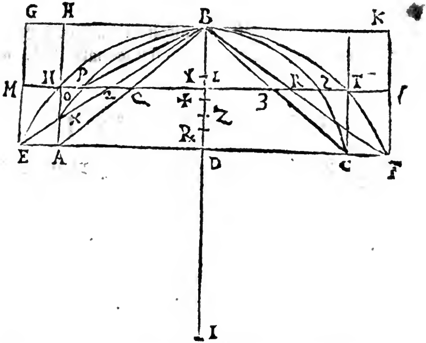
partibus DB; nempe vna cum duabus DB, ad tertiam partem DB. Cum verò DB, sit ad DZ, vt 12. ad 4. nempe vt 12. dimidiæ DI, cum 12. sextantibus DB, ad quatuor dimidias DI, vna cum quatuor sextis DB. Ergo DB, erit ad totam DL, vt sex DI, cum duabus BD, ad quatuor dimidias DI, seu ad duplam DI, vna cum tertia parte DB, & cum eiusdem quatuor sextis partibus. Sed tertia pars DB, vna cum eiusdem quatuor sextis partibus faciunt BD. Ergo erit BD, ad DL, vt sex DI, cum duabus DB, ad duas DI, cum DB. Et diuidendo, erit

D BL,

BL, ad LD, vt quadrupla DI, cum DB, ad duplam DI, cum DB.

ALITER.

Supponamus BD, diuisam bifariam in L, & LD, bifariam in ℞. Ergo L, erit centrum grauitatis excessus portionis supra conum, vt probatum fuit à nobis diuersis in locis, sed etiam in schol. proposit. 3. & ℞, erit centrum grauitatis coni. Si ergo diuidatur L℞, in Z, vt LZ, sit ad Z℞, reciprocè vt conus ad excessum. Erit Z, centrum grauitatis totius portionis. Dico esse BZ, ad ZD, vt quadrupla ID, cum BD, ad duplam ID, cum DB. Nam, ex corollar. 5. proposit. 4. est conus ad excessum dictum, & consequenter LZ, ad Z℞, vt tertia pars DI, ad sextam partem BI. Quare componendo, erit L℞, ad ℞Z, vt tertia pars DI, cum sexta parte BI, ad sextam partem IB. Quare BD, quadrupla L℞, erit ad Z℞, vt quatuor tertiæ partes DI, vna cum quatuor sextis partibus IB, ad sextam partem IB. Sed BD, quadrupla D℞, est ad ipsam, vt quatuor tertiæ partes ID, vna cum quatuor sextis partibus BI, ad tertiam partem DI, cum sexta parte BI. Erit ergo BD, ad DZ, vt quatuor tertiæ partes DI, vna cum quatuor sextis partibus BI, ad tertiam partem DI, vna cum duabus sextis partibus BI. Sed quatuor tertiæ partes DI, vna cum quatuor sextis partibus BI, faciunt sex tertias partes



tes DI (nempè duplam DI) cum duabus tertijs DB. Et triens DI, cum duabus ſextis BI, faciunt duas tertias DI, cum triente BD. Et vt dupla DI, cum duabus tertijs DB, ad duas tertias DI, cum triente DB, ſic horum tripla: nempe ſex DI, cum ſex tertijs DB, nempe cum dupla DB, ad ſex tertias DI, ſeù duplam DI, vna cum DB. Ergo erit BD, ad DZ, vt ſex DI, cum dupla DB, ad duplam DI, cum DB. Et diuidendo, erit BZ, ad ZD, vt quadrupla DI, cum DB, ad duplam DI, cum DB. Quod &c.

COROLLARIVM.

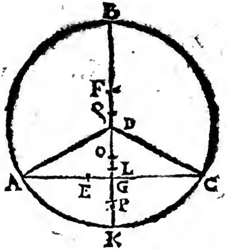
Ergo si ABC, esset hemisphærium, esset BZ, ad ZD, vt 5. ad 3. Quia DI, esset æqualis BD, vt clarè patet.

SCHOLIVM I.

Hic inutile non erit assignare regulas reperiendi centra grauitatis sectorum sphæræ, tam maioris, quam minoris. Sectoris ergo minoris ADCK, in schemate sequenti, centrum grauitatis reperietur diuidendo DG, axem sui coni proprij in O, vt DO, sit tripla OL. Deinde sic kG, axem portionis in P, vt sit kP, ad PG, vt quadrupla BG, cum Gk, ad duplam BG, cum Gk. Tandem sic OP, in L, vt sit OL, ad LP, vt rectangulum sub kG, & sub composita ex dimidia BG, & ex vna sexta Gk, ad vnam tertiam rectanguli BGD. Nempe vt portio ad conum. Ex coroll. 2. proposit. 5. Namque L, erit dictum centrum sectoris.

Centrum sectoris ABCD, maioris reperietur diuidendo vt prius DG, axem coni in O, vt DO, sit tripla OG. Deinde sic BG, in Q, vt sit BQ, ad QG, vt quadrupla Gk, cum BG, ad duplam kG, cum GB. Demum faciendo OQ, ad QF, vt rectangulum sub triente KG, & sub composita ex sesquialtera BD, & ex dimidia DG, vna cum sextante qua-

drati



drati BG, ad trientem rectanguli KGD. Nempe vt sector ad conum, ex corollar. 3. proposit. 5. F. erit centrum quæsitum.

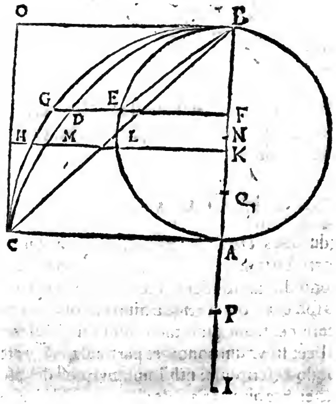
SCHOLIVM II.

Deduximus ergo in prima demonstratione centrum grauitatis portionis sphæræ ex centro grauitatis conoidis parabolici. Vice versa ex centro grauitatis sphæræ, quod vtique nimis est obuium, licet deducere centrum grauitatis supradicti conoidis. Quod licet sit vnum conoides particulare, & particulari modo descriptum: nihilominus quod de ipso dicetur, verificabitur etiam de alijs conoidibus. Nam omnia hæc sunt eiusdem rationis; axesque omnium

secan-

secantur eodem modo ab ipsorum centris grauitatis, vt tutè patet.

Sit enim in schem. sequenti sphæra, cuius diameter B A, centrum magnitudinis, & grauitatis F, sit C D B A, semiparabola, de qua supra. Diuisa ergo F A, in Q, bifariam, erit Q, centrum grauitatis excessus conoidis ex C D B A, supra sphæram, ex dictis



in

in schol. 3. proposit. 1. Diuidatur FQ, in K, vt sit FK, dupla kQ; nempe vt excessus conoidis supra sphæram, ad ipsam (est enim excessus dictus duplus sphæræ, quia cylindrus ex OA, est in hoc casu, ad totum conoides, vt quadratum CA, ad dimidium quadrati CA. Et ad excessum, vt ad trientem quadrati CA. Ergo ad sphæram, vt ad sextantem. Et excessus ad sphæram, vt triens ad sextantem. Nempe in ratione dupla.) Cum ergo qualium FQ, est 3. & tota BA, 12. talium sit FK, 2. & BK, 8. & kA, 4. Patebit Bk, esse ad KA, vt 8. ad 4. Nempe, vt 2. ad 1.

PROPOSITIO VII.

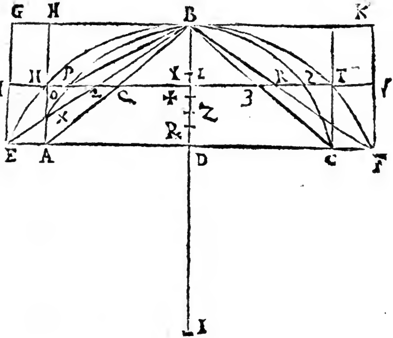
Si qualibet portio sphæræ secetur plano basi parallelo. Erit cylindrus circumscriptus segmento ad basim, ad ipsum, vt triplum quadratum basis radij cylindri, ad rectangulum sub axi reliquæ portionis ad integram sphæram, & sub composita ex sesquialteris axium portionis, & portionis ad verticem, vna cum rectangulo sub axi portionis, & sub composita ex dimidio axi segmenti, & ex excessu axis portionis ad verticem supra tertiam minorem proportionalium dictorum duorum axium.

POrtio ABC, sphæræ cum conoide descripto vt supra, secentur plano MV, basi EDF, parallelo, & sit cylindrus OC, portioni circumscriptus (siuè sua basis sit eadem cum ADC, basi portionis,

siuè

siuè diuersa, vt accidet quandocunque portio erit hemisphærio maior) & sit vt DB, ad BL, sic hæc ad BY. Dico cylindrum OC, esse ad segmentum sphæricum APSC, vt triplum quadratum AD, ad rectangulum sub ID, & sub composita ex sesquialteris DB, BL, vna cum rectangulo sub DB, & sub composita ex dimidia DL, & ex LY, quæ sit ZY. Intelligantur omnia solida, vt supra, & hæc secta plano MLV. Cylindrus MF, ex schol.2. proposit. 3. lib. 4. de Infinit. Parab. est ad ENTF, frustum conoidis, vt parallelogrammum MF, ad trapezium E2RF: nempe ex ostensis, & ab alijs, & à nobis pluribus in locis, quorum vnus est proposit.8.lib.1.operis citati, vt dupla ED, ad ED, 2L: nempe vt dupla DB, ad DB, BL: nempe vt tripla DB, ad sesquialteram ipsarum DB, BL: nempe vt triplum rectangulum IBD, ad rectangulum sub IB, & sub composita ex illis sesquialteris. Quod seruetur.

Item, idem cylindrus MF, est ad tubum cylindricum MAV, vt quadratum ED; seù AB; seù rectangulum IBD, ad rectangulum EAF; seù ad quadratum DB, ei æquale: nempe, vt triplum rectangulum IBD, ad triplum quadratum BD. Tubus MAV, ad excessum frusti ENTF, conoidis supra segmentum APSC, est, ex schol.1. proposit. 1. vt tripla DB, ad DB, BL, BY: nempe, vt triplum quadratum DB, ad quadratum DB, cum rectangulis DBL; DBY. Ergo ex æquali, erit cylindrus MF, ad illum excessum, vt triplum rectangu-
lum



lum I B D, ad quadratum D B, cum rectangulis D B L, D B Y. Erat autem ſupra idem cylindrus M F, ad totum E N T F, ſegmentum conoidis, vt triplum rectangulum I B D, ad rectangulum ſub I B, & ſub compoſita ex ſeſquialteris D B, B L. Ergo erit etiam idem cylindrus M F, ad reliquum ſegmentum ſphæricum A P S C, vt triplum rectangulum I B D, ad exceſſum rectanguli ſub I B, & ſub compoſita ex ſeſquialteris D B, B L, ſupra rectangulum ſub D B, & ſub D B, B L, B Y. Sed talis exceſſus eſt rectan-

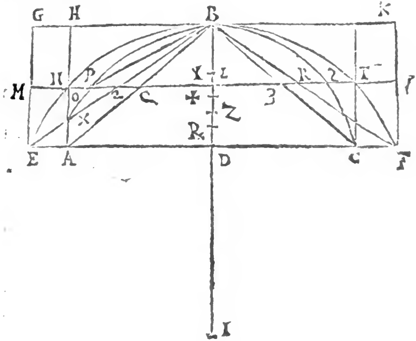
gulum sub I D,& sub sesquialteris dictis, vna cum rectangulo sub D B, & sub Y Z (quia sesquialtera D B, B L, excedit D B, B L, B Y, besse D L, & ipsa L Y, & rectangulum sub I B, & sub illis sesquialteris diuiditur in rectangula sub illis sesquialteris, & sub I D, D B) Ergo cylindrus M F, erit ad segmentum A P S C, vt triplum rectangulum I B D, ad rectangulum sub I D, & dictis sesquialteris, vna cum rectangulo sub D B, & sub Z Y. Quod pariter seruetur.

Tandem cylindrus O C, segmento circumscriptus, est ad cylindrum M F, vt quadratum A D, ad quadratum E D; seù ad quadratum A B; seù ad rectangulum I B D: nempe, vt triplum quadratum A D, ad triplum rectangulum I B D. Cylindrus M F, est ad segmentum A P S C, ex supradictis, vt triplum rectangulum I B D, ad rectangulum sub I D, & sub sesquialteris D B, B L, vna cum rectangulo sub D B, & sub Z Y. Ergo ex æquali, erit cylyndrus O C, segmento circumscriptus, ad ipsum, vt triplum quadratum A D, ad rectangulum sub I D, & sub composita ex sesquialteris D B, B L, vna cum rectangulo sub D B, & sub composita ex dimidia D L, & ex L Y. Quod erat ostendendum.

COROLLARIVM I.

Ergo excessus segmenti conoidis supra segmentum

tum



tum sphæræ, erit ad tale segmentum, vt quadratum DB, cum rectangulis DBL; DBY, ad rectangulum sub ID, & sub sesquialteris DB, BL, vna cum rectangulo sub DB, & sub ZY. Namque patuit ex progressu demonstrationis, cylindrum MF, esse ad illum excessum, vt triplum rectangulum IBD, ad quadratum DB, cum rectangulis DBL, DBY. Et simul patuit eundem cylindrum esse ad segmentum, vt idem triplum rectangulum IBD, ad rectangulum sub DB, & sub ZY, vna

 cum

cum rectangulo sub I D, & sub dictis sesquialteris.

ALITER.

Quoniam cylindrus M F, est ad segmentum E N T F, vt tripla D B, ad sesquialteram D B, B L: & est ad frustum conicum E 2 R F, vt tripla D B, ad D B, B L, B Y. Erit cylindrus M F, ad excessum segmenti E N T F, supra frustum conicum E 2 R F, vt tripla D B, ad compositam ex dimidia D L, & ex L Y: nempe ad Z Y. Sed ex proposit. 3. dictus excessus æquatur excessui segmenti A P S C, supra frustum conicum A Q 3 C. Ergo erit M F, ad dictum excessum, etiam vt tripla D B, ad Z Y: nempe vt triplum rectangulum I B D, ad rectangulum sub I B, & sub Z Y.

Cylindrus O C, est ad cylindrum M F, vt quadratum A D, ad quadratum E D; seù ad quadratum A B; seù ad rectangulum I B D: nempe vt triplum quadratum A D, ad triplum rectangulum I B D. Cylindrus M F, est ad excessum segmenti A P S C, supra frustum conicum A Q 3 C, vt triplum rectangulum I B D, ad rectangulum sub I B, in Y Z. Ergo ex æquali, cylindrus O C, ad excessum illum, erit vt triplum quadratum A D, ad rectangulum sub I B, & sub Z Y.

Item, cylindrus O C, circumscriptus segmento, ad cylindrum super eadem basi cum segmento, est vt qua-

quadratum AD, tanquam radij basis cylindri circumscripti portioni, ad quadratum AD, tanquam radij cylindri super ADC, basi portionis (siuè bases cylindrorum horum sint eædem, siuè diuersæ) nempe, vt triplum quadratum AD, radij basis cylindri segmento circumscripti, ad triplum quadratum AD, radij basis portionis: nempe ad triplum rectangulum IDB. Cylindrus super eadem basi cum segmento ad frustum conicum AQ3C, est vt tripla DB, ad DB, BL, LY: nempe vt triplum rectangulum IDB, ad rectangulum sub ID, & sub illis tribus DB, BL, LY. Ergo ex æquali, erit cylindrus OC, segmento circumscriptus, ad frustum conicum AQ3C, vt triplum quadratum AD, ad rectangulum sub ID, & sub tribus DB, BL, BY. Ergo colligendo ambo consequentia, erit cylindrus OC, segmento circumscriptus, ad ipsum segmentum, vt triplum quadratum AD, ad rectangulum sub IB, in ZY, vna cum rectangulo sub ID, in DB, BL, BY. Sed rectangulum sub IB, in ZY, diuiditur in rectangula sub ZY, in ID, & in DB: & rectangulum sub ID, in ZY, vna cum rectangulo sub ID, & sub DB, BL, BY, facit rectangulum sub ID, in sesquialteram DB, BL. Ergo cylindrus OC, segmento circumscriptus, erit ad ipsum, vt triplum quadratum AD, ad rectangulum sub ID, & sub sesquialtera DB, BL, vna cum rectangulo sub DB, & sub ZY. Quod &c.

CO-

COROLLARIVM II.

Ergo excessus segmenti APSC, supra frustum conicum AQ5C, erit ad dictum frustum conicum, vt factum sub IB, in YZ, ad factum sub ID, in ipsas DB, BL, BY. Quippè in progressu demonstrationis deductum est, esse cylindrum OC, & ad excessum illum, & ad illum frustum conicum, vt triplum quadratum AD, & ad rectangulum sub IB, & sub YZ, in ordine ad illum excessum; & ad rectangulum sub ID, & sub DB, BL, BY, in ordine ad frustum conicum.

COROLLARIVM III.

Ergo componendo, erit frustum sphæricum APSC, ad frustum conicum, vt ambo illa rectangula ad secundum. Et ad primum, per conuersionem rationis.

COROLLARIVM IV.

Ergo excessus frusti conoidalis ENTF, supra frustum conicum E2RF, erit ad ipsum vt ZY, ad DB, BL, BY. Hoc facilè elicitur ex principio huius secundæ demonstrationis.

SCHO-

SCHOLIVM.

Ex dictis lector facile agnoscet, cylindrum super eadem basi A D C, segmenti, & circa eundem axim L D, esse ad ipsum segmentum, vt triplum quadratum A D, radij basis segmenti, ad eadem rectangula. Quod cum nimis obuiet, non est circa hoc immorandum.

PROPOSITIO VIII.

Prædicti segmenti sphærici centrum grauitatis assignare.

Prædicti segmenti sphærici potest consequenter ad superius dicta centrum grauitatis dupliciter assignari, & vniuersaliter vnica vice de quocunque tali segmento intermedio. Et quamuis hoc potuisset proponi per modum theorematis; nihilominus ad prolixitatem euitandam, libet loqui problematicè.

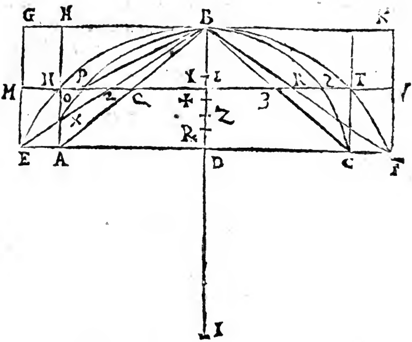
Centrum ergo grauitatis prædicti segmenti sphærici A P S C, poterit inueniri diuidendo L D, in Z, vt Z, sit centrum grauitatis frusti conoidis parabolici E N T F. Quod centrum quomodò inueniatur edoctum fuit in schol. proposit. 15. lib. 4. de Infinit. Parab. Secundo eandem L D, in ℞, vt ℞, sit centrum grauitatis frusti conici vel E 2 R F, vel A Q 3 C. Nam centrum grauitatis horum fru-

storum

ftorum erit idem: & etiam erit idem cum centro grauitatis excessus frusti conoidis E N T F, supra frustum sphæricum A P S C, ex dictis in schol. 2. proposit. 1. Quomodo verò inueniendum sit centrum grauitatis frusti conici, traditum fuit à quampluri-mis, & à nobis etiam alibi; signanter in schol. proposit. 18. citati lib. 1. Tandem faciendo ℞Z, ad Z✳, vt frustum sphæricum ad excessum frusti conoidis supra ipsum: nempe ex coroll. 1. proposit. anteced. vt rectangulum sub I D, & sub sesquialteris D B, B L, vna cum rectangulo sub D B, & sub Z Y, ad quadratum D B, vna cum rectangulis D B L, D B Y. Hoc pacto inuentum erit ✳, centrum grauitatis segmenti sphærici.

Alio modo prolixiori inuenietur tale centrum, supposito, aut inuento Z, centro frusti conoidis, & ℞, segmenti conici E 2 R F, vel A Q 3 C: deinde faciendo ℞Z, ad Z✳, vt segmentum conicum E 2 R F, ad excessum frusti conoidis supra ipsum: nempe vt D B, B L, B Y, ad Z Y, ex coroll. 4. proposit. anteced. sic enim ✳, erit centrum grauitatis dicti excessus. Quod etiam ex schol. 2. proposit. 1. erit centrum grauitatis excessus segmenti sphærici A P R C. Cum ergo ✳, sit centrum grauitatis dicti excessus, & ℞, sit centrum grauitatis segmenti conici A Q 3 C, si ✳℞, diuidatur in aliquo puncto, vt pars ad ✳, terminans sit ad partem terminatam, ad ℞, vt frustum conicum ad excessum: nempe vt factum sub I D, & sub composita ex tribus D B,

B L,



BL, BY, ad factum sub IB, in YZ. Erit inuentum punctum centrum quæsitum.

SCHOLIVM I.

Adnotandum autem, quod ea, quæ hac noua methodo tradita sunt de portionibus, & de segmentis intermedijs sphærarum, verificari quoque debent de illis magnitudinibus aliquandò ostensis, cum sphæra proportionaliter analogis. Hæc sunt ex schol. pro-

posit. 9. lib. 4. de Infinit. Parab. sphæroides, parabola quadratica accepta secundum longitudinem suæ basis, & excessus cylindri supra duos conos sibi inscriptos inuersæ positos. Ex schol. 3. in calce proposit. 26. Miscell. Hyperb. & Parab. annulus latus ex hyperbola reuoluta circa secundam coniugatam diametrum. Ex schol. 2. in calce proposit. 45. citat. Miscell. sunt excessus portionum sphæræ, vel sphæroidis supra conos sibi inscriptos. Et alia alibi à nobis assignata.

SCHOLIVM II.

Portio sphæræ, & conoides parabolicum quadraticum, quæ vsque modò considerauimus, & de quibus passiones haud totaliter spretu dignas manifestauimus, non sunt figuræ, sic combinatæ, à nobis solummodò consideratæ; sed sunt portiones solidorum genitorum ex illis figuris, quas multis ab hic annis contemplatus fuit Bartholomęus Souerus in lib. 5. de curui, ac recti proportione promota. Sed ipse considerauit totum circulum, & totam parabolam genitam; & solidum ex parabola in prop. 25. nuncupauit est conicoides primum; nos verò tantum portionem circuli, & parabolæ, vt videre licuit in superioribus. Sed sicuti Souerus dictus non sistit in solo conicoide primo; sed vlterius progressus est; sic nos hæc transcendemus. Cogitemus ergo A B D, esse portionem semicirculi, & E N B D, esse semiparabolam

qua-

quadraticam, ex quibus reuolutis circa axim B D, cogitemus gigni sphæræ portionem, & conicoides primum iuxta Souerum, & vt supra dictum fuit; & ductis BE, BN, & alijs ad curuam parabolæ terminatis, fiat D Q, æqualis B E, L S, æqualis B N, & sic de alijs; & per harum extremitates transeat curua QSB, ex reuolutione autem semifiguræ QBD, circa BD, genitum sit solidum. Hoc vocatur à Souero conicoides secundum. Quod vtique erit conoides hyperbolicum, cuius diameter transuersa IB. Namque probat citatus Souerus in proposit. 28. figuram genitricem ipsius esse semihyperbolam. Hæc petantur ex Souero ipsomet, quæ etiam facilè quilibet proprio Marte probari poterit. Non enim intelligimus repetere, quæ Souerus fuit molitus, sed dùmtaxat ab ipso aut omissa, aut neglecta.

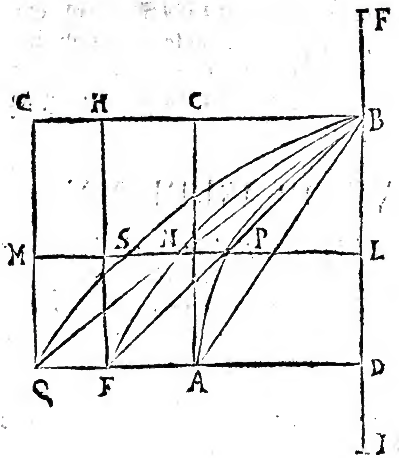
Ex genesi autem talium solidorum patet, excessum quadrati Q D, supra quadratum E D, æqualem esse excessui quadrati E D, supra quadratum A D: quia ambo æqualia eidem quadrato D B; & differentiam quadratorum S L, L N, æqualem differentiæ quadratorum N L, L P: quia pariter ambo æqualia eidem quadrato B L. Et hoc vbicunque traiciatur parallela Q D. Namque quadratum B E, æquatur quadratis B D, D E. Pariter quadratum Q D, æquale quadrato B E, æquatur rectangulo differentiæ quadratorum Q E, E D, & quadrato E D. Quo communi ablato. Remanet dictam differentiam, æqualem quadrato D B. Sed quadrato

DB, erat etiam æqualis differentia quadratorum ED, DA, ex ſæpiſſimè repetitis. Ergo illæ differentiæ erunt æquales. Sic probabitur etiam de differentijs quadratorum SL, LN, NP, & de quibuſcunque alijs. His explicatis, ſit.

PROPOSITIO IX.

Centrum grauitatis exceſſus conicoidis ſecundi ſupra ſphæræ portionem ſic diuidit axim eiuſdem, vt pars ad verticem ſit reliquæ tripla.

Patet facilimè. Cum enim vbicunque traiciatur SL, QD, parallela, ſit rectangulum differentia inter quadrata SL, LN; æquale differentiæ quadratorum NL, LP: nempe armilla circularis ex SN, ſit æqualis armillæ circulari ex NP. Patet exceſſum conicoidis ſecundi ſupra primum, & huius exceſſum ſupra ſphæræ portionem eſſe magnitudines proportionaliter analogas, iuxta ſenſum infinitis vicibus à nobis explicatum. Vndè conſequenter idem punctum in BD, erit centrum grauitatis horum exceſſuum. Sed ex ſchol. 2. propoſit. 1. centrum grauitatis dicti exceſſus conicoidis primi ſupra portionem, ſecat DB, vt pars ad B, ſit reliquæ tripla. Ergo etiam centrum grauitatis exceſſus conicoidis ſecundi ſupra primum ſic ſecabit BD. Quare etiam centrum grauitatis horum exceſſuum coniunctorum: nem-



nempe excessus conicoidis secundi supra sphæræ portionem.

SCHOLIVM.

Verum sicuti probatum fuit totos illos excessus esse magnitudines proportionaliter analogas, sic concludi poterit de partibus proportionalibus. V.g. pars excessus genita ex QSNE, erit proportionaliter analoga cum genita ex ENPA. Concludemus ergo

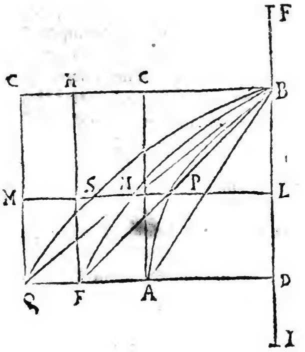
ergo ex citat. schol. 2. proposit. 1, tam centrum grauitatis excessus geniti ex QSNE, quam excessus geniti ex QSPA (qui coalescet ex ambobus excessibus) centrum grauitatis sic diuidere LD, vt diuiditur à centro grauitatis frusti conici geniti ex trapezio v. g. EPLD.

PROPOSITIO X.

Si prædictis solidis circumscribantur cylindri. Erit tubus cylindricus, qui est excessus cylindri circumscripti conicoidi secundo supra cylindrum super eadem basi cum portione, & circa eundem axim, triplus excessus conicoidis secundi supra sphæræ portionem.

SInt ergo cylindrus ex GD, circumscriptus conicoidi secundo, & CD, super basi portionis sphæræ, & circa axim DB. Dico tubum cylindricum ex GA, triplum fore excessus conicoidis ex QSBD, supra portionem ex ABD. Circumscripto namque cylindro ex HD, conicoidi primo, eodem modo, quo factum fuit in proposit. 1. ostendetur tubum cylindricum ex GE, triplum esse excessus conicoidis supra conicoides primum. Sed tubus etiam cylindricus ex HA, ex citat. proposit. 1. triplus est excessus conicoidis primi supra portionem. Ergo totus tubus cylindricus ex GA, erit triplus excessus conicoidis secundi supra sphæræ portionem. Quod &c.

SCHO-



SCHOLIVM.

Hoc poſſet etiam alijs modis oſtendi; nobis autem præſens ſufficiat. Sicuti autem ad modum propoſitionis primæ oſtendi poteſt, tubum cylindricum ex GE, triplum eſſe exceſſus conicoidis ſecundi ſupra primum; ſic inſcriptis in conicoidibus conis, ad modum propoſitionis ſecundæ demonſtrari poteſt, differentiam conicoideorum æqualem fore differentiæ

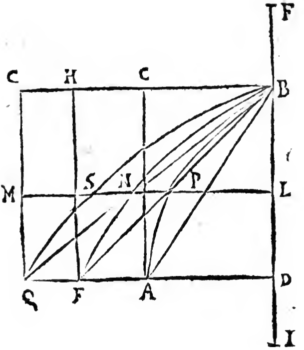
tiæ conorum tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

Item excessum conicoidis secundi supra conum sibi inscriptum, æqualem fore excessui conicoidis primi supra conum sibi inscriptum, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Cumque hic posterior excessus sit ex proposit. 3. (ad cuius normam, quod dictum est probabitur,) æqualis tam secundum totum, quam secundum partes proportionales excessui sphæræ portionis supra conum sibi inscriptum. Patet omnes tres dictos excessus fore æquales tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Et consequenter, etiam excessus conicoidis secundi supra conum sibi inscriptum, centrum grauitatis erit in medio B D.

PROPOSITIO XI.

Basis conicoidis secundi, ad basim conicoidis primi, est vt composita ex suo axi, & diametro transuersa, ad diametrum transuersam.

Sit conicoidis secundi diameter transuersa F B, quæ ex Souero in proposit. 28. citata, erit æqualis B I, diametro sphæræ. Dico basim ad basim, nempe quadratum Q D, ad quadratum D E, esse vt D F, ad F B. Nam quadrato Q D, est æquale quadratum A D, cum duobus quadratis D B. Et quadrato E D, est æquale quadratum A B; nempe



pe rectangulum IBD, seù rectangulum FBD. Pariter quadrato AD, & duobus quadratis DB, est æquale rectangulum FDB. Ergo quadratum QD, erit ad quadratum ED, vt rectangulum FDB, ad rectangulum FBD. Nempe (propter eandem altitudinem DB) vt DF, ad FB. Quod &c.

SCHO-

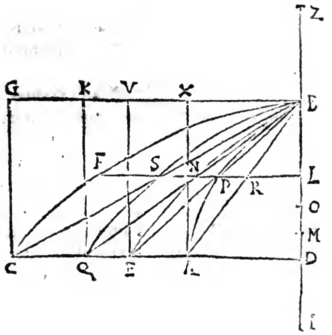
SCHOLIVM I.

Patet ergo, conicoides primum, & conicoides ſecundum eſſe de genere illorum ſolidorum, quæ conſiderata fuerunt, & à Luca Valerio in appendice ad librum 3. de centro grauitatis ſolidorum, & etiam à nobis in principio Miſcell. noſtri Hyperbolici. Ex quibus ſolidis deduximus, & menſuram, & centrum grauitatis conoidis hyperbolici.

SCHOLIVM II.

Vlteriùs pergit Souerus in loco citato, & ductis chordis BQ, BS, & alijs terminatis ad curuam QSB, & productis DQ, LS, in C, & F, vt DC, LF, ſint æquales ipſis BQ, BS, & ſic de alijs: intelligit figuram curuam CFBD, ex cuius reuolutione circa BD, generetur ſolidum, quod appellitat conicoides tertium. Sicque procedit in infinitum, & generat infinita conicoidea, quæ omnia probat in propoſit. 31. eſſe conoidea hyperbolica, ſed quorum latera tranſuerſa ſint diuerſa. Nam in ſecundo conicoide diameter tranſuerſa ZB, eſt æqualis BI, diametro ſphæræ, cuius ſumpta eſt portio. In tertio, diameter tranſuerſa eſt dimidia ZB. In quarto eſt triens. Et ſic in infinitum. Et hæc ſunt, quæ in loco citato colligit Souerus.

Nos alia colligemus. Sed prius conſideremus geneſim



nesim horum solidorum, quæ talis est, vt basibus ipsorum semper addantur armillæ circulares ęquales, & sic alijs basibus conicoideorum ad verticem, quæ correspondeant quadratis ipsorum axium. V. g. in conicoide primo ex E B D, circulo ex radio A D, superadditur armilla ex E A, cuius differentię quadratorum ED, DA, ęquatur quadratum B D: & pariter circulo ex P L, additur armilla ex N P, cuius differentię quadratorum N L, L P, ęquatur quadratum B L. Sic in conicoide secundo circulo radij E D, superadditur armilla ex Q E, cuius differentię

 qua-

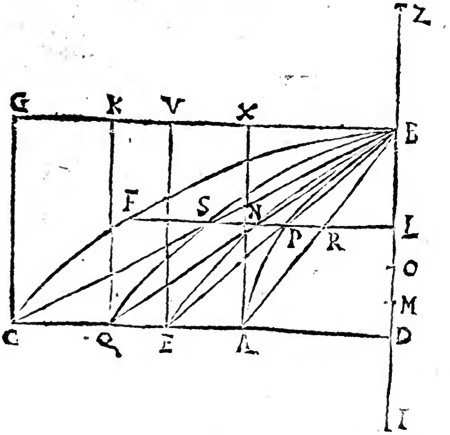
quadratorum QD, DE, ęquatur quadratum idem DB. Sic rectangulum ex SN, ęquatur quadrato BL. Sic est considerare in alijs conicoidibus. Ex quibus, & ex supra à nobis explicatis licebit deducere sequentes notitias.

Prima. Quod omnia ista infinita conicoidea constituunt seriem infinitarum magnitudinum in continua proportione arithmetica.

Secunda. Quod omnes istę differentię conicoideorum non modò sunt ęquales secundum totum, verùm etiam secundum partes proportionales. V. g. excessus conicoidis ex CBD, supra conicoides ex QBD, non modò ęquatur excessui huius supra conicoides ex E, BD, secundum totum, verùm etiam secundum partes proportionales.

Tertia. Quod omnium horum excessuum centrum grauitatis ita secabit BD, vt pars ad B, sit tripla partis ad D. Veluti secabitur v. g. LD, à centro grauitatis partium proportionalium horum excessuum, sicuti secatur à centro grauitatis frusti conici, cuius coni axis sit BD.

Quarta. Quod etiam excessus cuiuscunque conicoidis supra portionem sphęrę, vel cuiusque portionis huius excessus centra grauitatis diuidunt BD, LD, in ratione prędicta. Nimirum, centrum grauitatis excessus conicoidis ex CBD, supra portionem sphęræ ex ABD, diuidit BD, vt pars ad B, sit tripla partis ad D: Et sic diuidetur LD, à centro grauitatis partis excessus ex CFPA, sicuti diuide-



uideretur à centro grauitatis frusti conici ex trapezio ARLD.

Quinta. Quod dictis conicoidibus circumscriptis cylindris; excessus maioris supra proximum minorem, erit triplus differentię correspondentium conicoideorum. V. g. tubus cylindricus ex GQ, circa BD, triplus erit differentię conicoideorum ex CBD, QDB.

Sexta. Quod etiam tubus cylindricus correspondens excessui cuiuscunque conicoidis supra sphęrę portionem, erit dicti excessus triplus. V. g. tubus cylin-

cylindricus ex G A, triplus erit excessus ex C F B A.

Septima. Quod in omnibus conicoidibus inscriptis conis, eorum differentię erunt ęquales differentijs correspondentium conicoideorum tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. V. g. excessus conicoidis ex C B D, supra conicoides ex Q S B D, erit ęqualis differentię conorum ex C B D, Q B D, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

Octaua. Quod omnes excessus conicoideorum supra conos sibi inscriptos erunt ęquales inter se, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Vndè consequenter, omnium horum excessuum centrum grauitatis erit idem medium punctum B D. Omnes hę notitię facilè percipientur ex prius traditis, recteque perceptis. Nunc alia deducentur.

PROPOSITIO XII.

Excessus cuiuscunque conicoidis supra sphæræ portionem est ad ipsam, vt tot trientes axis portionis quotum est ipsum conicoides, ad sextantem axis portionis, vna cum besse reliquæ portionis.

Esto conicoides cuiuscunque numeri illud, quod gignitur ex reuolutione C F B D, circa B D. Dico excessum huius supra portionem esse ad ipsam portionem ex A B D, vt tot trientes B D, quotus est numerus conicoidis, ad sextantem B D,

vna

vna cum dimidia DI. V.g. si conicoides sit secundum, vt duo trientes. Si tertius, vt tres trientes, & sic in infinitum. Excessus namque conicoidis ex CBD, supra portionem, est ad excessum conicoidis ex EBD, supra portionem, vt numerus conicoidis ad vnitatem, vt patet ex vsque modò explicatis: nempe vt tot trientes BD, quotus est numerus conicoidis ad vnicum trientem BD. Excessus conicoidis ex EBD, supra portionem, est ad ipsam ex coroll. 4. proposit. 4. vt triens BD, ad sextantem BD, vna cum besse DI. Quare ex æquali, erit excessus dictus ad portionem, in ratione prædicta. Quod &c.

SCHOLIVM.

Vt supra explicatum fuit ex Souero, omnia conicoidea, primo excepto, sunt conoidea hyperbolica. Cumque variè ostensum sit à nobis in nostro Miscellaneo Hyperb: esse cylindrum circumscriptum cuilibet conoidi hyperbolico ad ipsum, vt composita ex latere transuerso, & ex axe conoidis, ad dimidium lateris transuersi, vna cum tertia parte axis. Sic etiam erit cylindrus circumscriptus cuilibet conicoidi (semper primo excepto) ad ipsum. Cumque etiam ex Souero, sit diameter transuersa in conicoide secundo æqualis diametro sphæræ: in tertio eius dimidio: in quarta eius trienti: & sic in infinitum: habebimus etiam rationem peculiarem cylindri circumscripti

cuili-

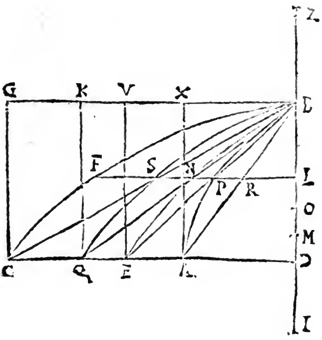
cuilibet conicoidi, ad ipsum. Sed hanc in his conicoidibus particularibus aliter venabimur.

PROPOSITIO XIII.

Cylindrus circumscriptus cuilibet conicoidi à primo, seù primo excepto, est ad ipsum, vt axis reliquæ portionis sphæræ, vna cum tot axibus portionis quotus est numerus conicoidis, ad dimidium axis reliquæ portionis, vna cum sextante axis portionis, & cum triente tot axium reliquæ portionis, quotus est numerus conicoidis.

INtelligamus ex GD, gigni cylindrum circumscriptum conicoidi ex CBD. Dico hunc cylindrum esse ad conicoides in ratione prædicta. Nempe si conicoides sit secundum, vt ID, cum dupla DB, ad bessem DI, cum sextante DB, & cum triente duarum BD. Si conicoides sit tertium, vt DI, cum tribus DB, ad dimidiam DI, cum sextante DB, & cum triente trium DB. Et sic in infinitum.

Nam cylindrus ex GD, est ad cylindrum ex XD, qui est super eadem basi cum portione, vt quadratum CD, ad quadratum AD. Nempe, vt quadratum AD, seù rectangulum IDB, cum tot quadratis DB, quotus est numerus conicoidis, ad quadratum AD, seù ad rectangulum IDB. (Quadratum enim ex CD, diuiditur in quadratum AD, & in tot quadrata DB, quotus est numerus conicoidis.)



dis.) Nempe (propter communem altitudinem DB) vt DI, cum tot DB, quotus est numerus conicoidis, ad DI. Cylindrus ex XD, est ad portionem ex ABD, ex proposit. 5. vt DI, ad dimidiam DI, vna cum sextante DB. Ergo ex æquali, erit cylindrus ex GD, ad portionem, vt ID, cum tot DB, quotus est numerus conicoidis, ad bessem DI, cum sextante DB.

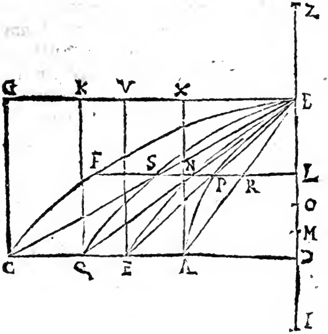
Pariter idem cylindrus ex GD, est ad tubum cylindricum ex GA, vt quadratum CD, ad rectangulum ex CA. Nempe vt quadratum AD, seu

rectangulum IDB, vna cum tot quadratis DB, quotus est numerus conicoidis, ad tot talia quadrata DB. Nempe (propter communem altitudinem DB) vt DI, cum tot DB, quotus est dictus numerus, ad tot DB. Sed tubus cylindricus ex GA, est triplus excessus conicoidis supra sphæræ portionem, vt deductum fuit in numero sexto schol. proposit. 11. Ergo rursum ex æquali, erit cylindrus ex GD, ad talem excessum, vt DI, cum tot BD, quotus est numerus conicoidis, ad vnam tertiam harum DB. Colligendo ergo ambo consequentia, erit cylindrus ad totum conicoides, vt DI, cum tot DB, quotus est numerus conicoidis, ad dimidiam DI, vna cum sextante DB, & cum triente tot DB, quotus est numerus conicoidis. Quod ostendere oportebat.

SCHOLIVM I.

Ex hac autem ratione à nobis assignata colligitur ratio cylindri circumscripti ad conoides, quam etiam supra assignauimus, vt quisque facilè colliget discurrendo ad normam eorum, quæ nos duobus exemplis trademus. In secundo enim conicoide, quod est primum conoides hyperbolicum, cylindrus est ad conicoides, vt DI, cum dupla DB, ad bessem DI, cum triente duarum DB, & sextante DB. Quia verò IB, ex Souero, est æqualis diametro transuersæ; patet ID, cum dupla DB, facere IB, cum BD. Pariter triens duarum DB, sunt duo tertia DB. Et

vnum



vnum triens cum ſextante B D, facit dimidiam D B, quæ cum dimidia I D, facit dimidiam diametri tranſuerſæ I B. Patet ergo cylindrum eſſe ad conicoides, vt compoſita ex diametro tranſuerſa, & ex axi conicoidis, ad dimidium diametri tranſuerſæ, vna cum triente axis.

In tertio conicoide, eſt cylindrus ad ipſum, vt D I, cum tripla D B, ad dimidiam D I, cum D B, & cum ſextante D B. Nempe vt horum dimidia, ſcilicet dimidia D I, cum ſeſquialtera D B, ad quartam partem D I, cum dimidia D B, & cum eius vna

duodecupla. Dimidia DI, cum dimidia DB, facit dimidiam IB, nempe diametrum transuersam tertij conicoidis, quæ cum DB, facit compositam ex diametro transuersa, & ex axi. Quarta pars DI, cum quarta parte DB, facit quartam partem IB, nempe dimidiam eius dimidiæ, seu lateris transuersi. Quarta verò DB, cum eius duodecupla, facit trientem DB. Quare & nunc patet propositum. Et sic erit discurrere in alijs.

SCHOLIVM II.

Existentibus autem omnibus conicodoidibus ex Souero, primo excepto, conoidibus hyperbolicis, quorum sunt assignatæ diametri transuersæ; & cum in nostro Miscellaneo Hyperbolico variè assignauerimus centra grauitatis omnium Conoideorum Hyperbolicorum: consequenter ex illis rationibus vniuersalibus licet colligere centra grauitatis omnium horum conicoideorum. Sed specialitùs ex dictis elicietur.

PROPOSITIO XIV.

Centrum grauitatis cuiuscunque conicoidis à primo diuidit interceptam inter centrum grauitatis portionis sphæræ, & quartam partem axis versus basim, vt pars terminans ad centrum portionis sit ad reliquam, vt tot trientes axis portionis quotus est numerus conicoidis, ad sextan-

tan-

tantem axis portionis, vna cum beße axis reliquæ portionis.

ESto quodlibet conicoides à primo, quod fit ex CFBD, & esto L, centrum grauitatis portionis ex ABD, & sit DM, quarta pars DB, vt M, sit centrum grauitatis excessus conicoidis supra portionem. Sit LO, ad OM, vt tot trientes BD, quotus est numerus conicoidis, ad sextantem BD, vna cum dimidia DI. Dico O, esse centrum grauitatis conicoidis. Nam ex proposit. 12. est LO, ad OM, reciprocè, vt excessus conicoidis supra portionem, ad ipsam portionem. Quare erit O, centrum conicoidis.

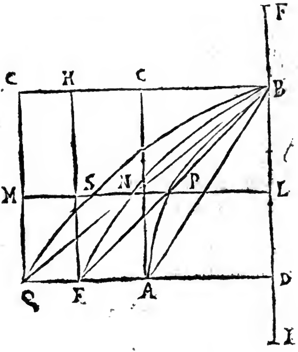
SCHOLIVM.

Sed centrum grauitatis sic inuentum non diuidit aliquam particularem portionem axis, sicuti fiet si non comparemus excessum conicoidis supra portionem ad ipsam, sed excessum conicoidis supra conicoides primum ad ipsum. Pro quo. Sit.

PROPOSITIO XV.

Excesßus cuiuscunque conicoidis supra prima, est ad ipsam, vt tot tertiæ axis portionis quotus est numerus conicoidis vna minus, ad dimidium diametri sphæræ.

Esto



Esto quodlibet conicoides, quod fit ex QBD, & esto conicoides primum, quod fit ex EBD. Dico differentiam conicoideorum esse ad conicoides primum, vt tot trientes BD, quotus est numerus conicoidis vno minus, ad bessem BI. Namque conuertendo, differentia conicoideorum est ad tubum cylindricum ex GE, vt triens tot quadratorum DB, quotus est numerus conicoidis vnitate minus, ad tot illa quadrata BD. Tubus cylindricus ex GE, est ad cylindrum ex HD, vt basis ad basim, nempe vt

tot

tot quadrata BD, quotus eſt numerus conicoidis vnitate minus, ad quadrata AD, DB. Cylindrus ex HD, eſt duplus conicoidis primi; nempe eſt ad ipſum, vt quadrata AD, DB, ad horum dimidia. Ex æquali ergo, erit differentia conicoideorum ad conicoides primum, vt triens tot quadratorum BD, quotus eſt numerus conicoidis vnitate minus, ad dimidium quadratorum AD, DB, ſeù rectanguli IBD. Nempe (propter eandem altitudinem BD) vt tot trientes BD, quotus eſt numerus conicoidis vnitate minus, ad dimidiam BI. Quod &c.

PROPOSITIO XVI.

Centrùm grauitatis cuiuſcunque conicoidis à primo ſic diuidit duodecimam partem axis ordine quartam à baſi, vt pars verſus verticem ſit ad reliquam, vt tot trientes axis, quotus eſt numerus conicoidis vnitate minus, ad dimidium diametri ſphæræ.

SVpponatur BL, dupla LD, vt L, ſit centrum grauitatis conicoidis primi, ſeù conicoidis parabolici; & pariter ſupponatur BM, tripla MD, vt itidem M, ſit centrum grauitatis differentiæ conicoideorum, quæ fiunt v. g. ex CFB, & EBD. Ergo quorum BD, eſt 12. BL, erit 8. & BM, erit 9. & DM, 3. Ergo talium reliqua LM, erit vnitas, & ordine quarta à baſi. Diuidatur LM, in O, vt LO, ſit ad OM, vt tot trientes BD, quotus eſt

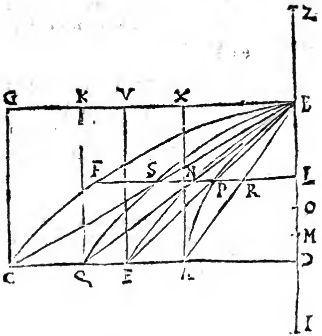
nume-

numerus conicoidis vnitate minus, ad bessem BI; nempe ex proposit. anteced. reciprocè, vt differentia conicoideorum, ad conicoides primum. Dico O, esse centrnm grauitatis conicoidis dicti. Res est manifesta.

SCHOLIVM.

Hæc propositio quantum ad conicoides secundum est eadem cum propositione 13. Miscellanei nostri hyperbolici. Conicoidis enim secundi diameter transuersa est IB, ex Souero in proposit. 28. & vt nos explicauimus in proposit. 13. citat. Miscell: centrum grauitatis conoidis hyperbolici sic diuidit duodecimam partem diametri eiusdem ordine quartam à basi, vt pars propinqua basi sit ad reliquam, vt dimidium lateris transuersi conoidis (nempe in casu nostro IB,) ad tertiam partem suæ diametri (nempe DB in casu nostro.) Sed has regulas patebit etiam concordare in alijs conicoidibns. V. g. supponamus conicoides ex CBD, esse tertium. Cuius ex Souero in proposit. 31. diameter transuersa est dimidium IB. In hoc erit, ex regula præsenti, LO, ad OM, vt duæ tertiæ BD, ad dimidiam IB. Nempe ad diametrum transuersam. Nempe vt tertia vna DB, ad dimidium lateris transuersi, iuxta regulam proposit. 13. Miscell. Pariter supponatur conicoides esse quartum, cuius diameter transuersa triens BI,

ex



ex Souero in dicta proposit. 31. In hoc est L O, ad O M, vt tres trientes B D, ad dimidiam B I. Nempe, vt triens B D, ad sextantem B I, seù ad bessem trientis I B, diametri transuersæ conicoidis. Patet ergo has regulas concordare.

PROPOSITIO XVII.

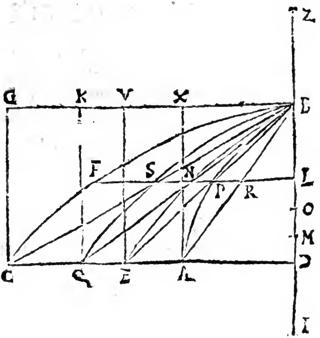
Centrum grauitatis cuiuscunque conicoidis à primo sic diuidit axem eiusdem, vt pars terminata ad verticem sit ad reliquam, vt quatuor diametri sphæra, vna cum nouem

I tot

tot trientibus axis conicoidis quotus est numerus ipsius vnitate minus, ad duplam diametrum sphæræ, vna cum tribus tot trientibus axis, quotus est dictus numerus conicoidis vnitate minus.

V. G. in secundo conicoide erit BO, ad OD, vt quatuor IB, cum nouem trientibus BD, nempe cum tripla BD, ad duplam IB, cum tribus trientibus BD, nempe cum BD. In secundo, vt quatuor IB, cum 18. trientibus DB, nempe cum sextupla DB, ad duplam IB, cum sex trientibus DB, nempe cum dupla DB. Et sic in infinitum. Namque extante ex proposit. antecedent. LO, ad OM, vt tot trientes BD, quotus est numerus conicoidis vnitate minus, ad bessem BI. Erit componendo, LM, ad MO, vt illi tot trientes BD, cum dimidia IB, ad dimidiam IB. Cum verò BD, sit duodecupla LM, erit BD, ad OM, vt 12. tot dicti trientes BD, cum sextupla IB, ad dimidiam IB. Pariter, cum D, sit ad DM, vt 12, ad 3. nempe vt illi 12. tot trientes DB, cum sex IB, ad tria dimidia IB, cum tribus tot trientibus BD. Erit BD, ad DO, simul, vt 12. tot trientes BD, quotus est numerus conicoidis vnitate minus, vna cum sex IB, ad tres tot trientes, vna cum dupla IB. Et diuidendo, erit BO, ad OD, vt 4. IB, cum 9. tot trientibus BD, ad duplam IB, cum tribus tot trientibus, &c.

SCHO-



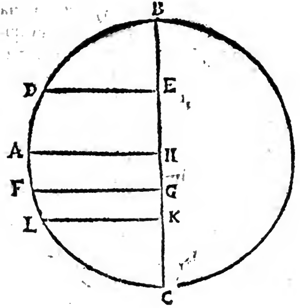
SCHOLIVM.

Hæc regula concordat cum illa, quam tradidimus & in schol. proposit. 13. citat. Miscell. & in proposit. 44. eiusdem: vt quilibet proprio Marte poterit eruere. Omissis ergo his, ad alia transeamus.

PROPOSITIO XVIII.

Quadratum sagittæ, seù sinus versi arcus maioris graduum 90. vna cum duobus quadratis sinus secundi eius complementi, seù sinus primi eius supplementi, superant tria quadrata sinus totius, duobus rectangulis sub sinu verso eius supplementi, & sub sinu recto eius complementi, & quadrato dicti sinus complementi.

ESto circulus cuius diameter BC, centrum H, sinus totus AH, & alius sinus FG (supponimus lectorem peroptimè callere terminos trigonometricos, quos apud multos videre potest, inter quos est Caualerius in definitionibus Trigonometriæ planæ.) Dico quadratum GB, vna cum duobus quadratis FG, superare tria quadrata AH, seù HB, duobus rectangulis CGH, & quadrato GH. Nam quadratum FG, nempe rectangulum CGB, est æquale rectangulo CGH, & rectangulo sub CG, & HB, seù rectangulo HCG. Ergo duo quadrata FG, æquantur duobus rectangulis HCG, & duobus rectangulis CGH. Pariter quadratum BG, est æquale quadratis BH, HG, & duobus rectangulis GHB, seù duobus rectangulis CHG. Ergo duo quadrata FG, cum quadrato GB, sunt æqualia duobus rectangulis HCG; duobus rectangulis CHG (quæ faciunt duo quadrata CH, seù AH;) duobus rectangulis CGH; quadrato GH;



GH, & quadrato HB (quod cum prioribus duobus quadratis AH, facit tria quadrata AH.) Ergo duo quadrata FG, cum quadrato GB, superabunt tria quadrata AH, duobus rectangulis CGH, cum quadrato HG. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Ex his facilè colligere poterimus, quod quò magis punctum G, acceptum erit remotiùs à B, & propiùs ipsi C, eò magis duo quadrata FG, cum quadrato GB, maiora erunt. Nam quod sumpto puncto E, & ducto sinu recto ED, quò magis punctum

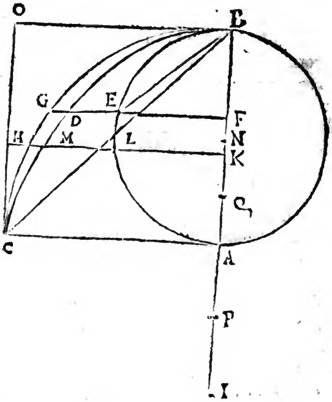
ctum E, sumptum fuerit propius centro H, duo quadrata DE, cum quadrato BE, eò sint maiora, pudet demonstrare. Siquidem magis, magisque centro appropinquando, magis, magisque crescunt tam sinus recti DE, quam sinus versi EB. Sed quando punctum G, sumitur vltrà centrum, in quo casu sinus rectus FG, minuitur magis, magisque, & sinus versus GB, augetur, ità euenire, sic ostendetur. Nam supponamus sumpta esse duo puncta G, K. Cum ergo idem quadratum HC, sit æquale duobus quadratis HG, GC, & duobus rectangulis HGC; & pariter sit æquale duobus quadratis Hk, KC, & duobus rectangulis HkC. Duo quadrata HG, GC, cum duobus rectangulis HGC, erunt æqualia quadratis Hk, kC, & duobus rectangulis HkC. Cumque quadratum GC, maius sit quadrato kC. Vice versa, duo rectangula CkH, cum quadrato Hk, maiora erunt duobus rectangulis CGH, cum quadrato GH. Cumque duo quadrata Lk, cum quadrato kB, superent tria quadrata sinus totius duobus rectangulis CkH, & quadrato HK: & pariter duo quadrata FG, cum quadrato GB, superent eadem tria quadrata sinus totius duobus rectangulis CGH, cum quadrato GH. Sequitur duo quadrata Lk, cum quadrato KB, maiora fore duobus quadratis FG, cum quadrato GB.

SCHO-

SCHOLIVM II.

Supra consideravimus infinita solida, quæ omnia erant conoidea hyperbolica, primo, & secundo exceptis: primum namque erat portio sphæræ; alterum erat conoides parabolicum. Nunc intelligimus alia solida infinita describere, quorum primum, & secundum erunt pariter sphæra, & conoides parabolicum; reliqua verò nescimus pro nunc, cuius indolis extent. In præsentiarum explicabimus tantum secundum; deinceps reliqua. Supponamus ergo non circuli, aut sphæræ portionem, vt supra fecimus, sed sphæram integram, cuius diameter B A, & pariter conoides parabolicum ex semiparabola C D B A, genita modo supra explicato: nempe vt C A, sit æqualis A B; D F, æqualis E B, chordæ; & sic de reliquis. In solidis supra explicatis ad generandum solidum tertium, seù conicoides secundum, cogitabamus F D, sic produci, ad G, vt quadratum G F, esset æquale quadrato E F, & duobus quadratis B F. In quarto, vt esset æquale quadrato E F, & tribus quadratis B F. Et sic in infinitum. In præsenti intelligamus F D, sic productam ad G, vt quadratum G F, sit æquale duobus quadratis E F, & quadrato F B: & sic de alijs parallelis ipsi C A. Sic generabitur semifigura C G B A, cuius C A, basis erit eadem cum basi semiparabolæ. Ex cuius reuolutione circa A B, si intelligamus gigni solidum

ro-



rotundum, vocabitur à nobis conicoides ſecundum ſecundæ ſpeciei, ad diſtinctionem ſuperiùs explicatorum, quæ dicentur primæ ſpeciei. Huius ſolidi varias conſiderabimus paſſiones.

PRO-

PROPOSITIO XIX.

In figura genitrice supradicti solidi ductis lineis basi parallelis, illa erit maior, quæ basi propior. Basis verò erit omnibus maior. Nempe semifigura erit in alteram partem deficiens.

IN supradicta figura CG^B^A, ducantur lineæ GF, HK, basi CA, parallelæ. Dico Hk, maiorem fore GF: & CA, esse omnibus maiorem. Nam ex generatione semifiguræ, quadratum HK, est æquale duobus quadratis Lk, & quadtato kB; & quadratum GF, est æquale duobus quadratis EF, & quadrato FB. Sed ex dictis in schol. 1. proposit. anteced. duo quadrata Lk, cum quadrato kB, sunt maiora duobus quadratis EF, cum quadrato FB. Ergo etiam quadratum Hk, erit maius quadrato GF. Et consequenter linea erit maior linea.

Quod verò AC, sit omnibus maior, patet. Quia quadratum AB, seù CA, excedit duo quadrata Lk, (nempe duo rectangula AkB,) cum quadrato kB, quantitate quadrati KA. Quare patet propositum. Est ergo figura in alteram partem deficiens, & consequenter solidum, quod generabitur ex ipsa.

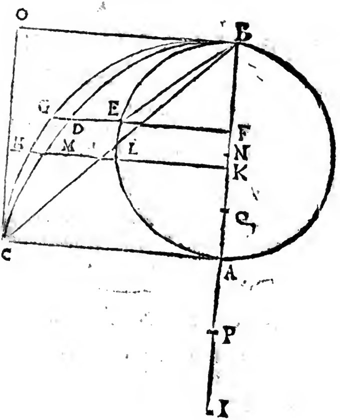
PROPOSITIO XX.

Excessus conicoidis secundi supra conicoides primum, est æqualis sphæræ tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

SVmatur namque arbitrariè punctum F, in BA, & sit GF, parallela CA. Ex genesi solidi quadratum GF, æquatur duobus quadratis EF, & quadrato FB. Sed quadratum DF, æquatur quadratis EF, FB. Ergo excessus quadrati GF, supra quadratum DF, erit æqualis quadrato EF. Quare etiam armilla circularis orta ex reuolutione GD, circa BA, erit æqualis circulo radij EF. Sed punctum F, sumptum est arbitrariè. Ergo facilè concludetur solidum ortum ex reuolutione CGBDC, circa BA, fore æquale sphæræ diametri BA. Et hoc non modò secundum totum, sed etiam secundum partes proportionales. Quod &c.

SCHOLIVM.

Cum ergo prædictæ magnitudines sint æquales tam secundum totum, quam secundum partes proportionales, erunt etiam tam secundum totum, quam secundum partes proportionales magnitudines proportionaliter analogæ. Quare centra grauitatis tam totarum, quam partium proportionalium seca-



ſecabunt vel B A, vel portiones ipſius correſpondentes, in ijſdem punctis. Ergo poterimus deducere veluti.

COROLLARIVM I.

Centrum grauitatis exceſſus prædicti ſecat B A, bifa-

bifariam, quia sic secatur B A, à centro sphæræ.

COROLLARIVM II.

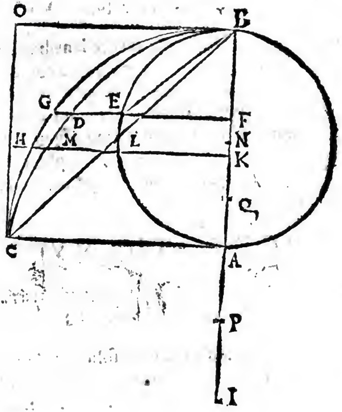
Centrum grauitatis partis excessus v. g. quod gignitur ex parte H B M, quod sit B F, sic diuidit k B, vt B F, sit ad F k, vt quadrupla A k, cum K B, ad duplam A k, cum k B. Pari passu k, centrum grauitatis portionis excessus ex G C D, sic diuidit A F, vt A k, sit ad k F, vt quadrupla B F, cum F A, ad duplam B F, cum F A. Patet ex proposit. 6. quia sic diuiduntur B k, F A, ab F, & K, suppositis centris grauitatis portionum ex L B K, E A F.

COROLLARIVM III.

Si B K, sit æqualis K A, & F, sit centrum grauitatis portionis excessus ex H B M, erit B F, ad F K, vt 5. ad 3. Pariter si B F, sit æqualis F A, & K, sit centrum grauitatis portionis excessus ex G C D, erit A K, ad K F, vt 5. ad 3. Nam dictæ portiones sunt proportionaliter analogæ cum hemisphærijs, quorum axes secantur in prædicta ratione à centris grauitatis eorundem.

COROLLARIVM IV.

Centrum grauitatis cuiuscunque segmenti intermedij



medij dicti excessus geniti ex HGDM, habebitur in Fk, ex prop. 8. in qua traditum fuit in quo puncto Fk, sit centrum grauitatis segmenti intermedij sphærici ex LEFk.

CO-

COROLLARIVM V.

Omnia, quæ dicta sunt in antecedentibus corollarijs de excessu conicoidis secundi supra conicoides primum, verificantur etiam de excessu totius conicoidis secundi, supra excessum conicoidis primi supra sphæram; nempe supra solidum genitum ex CDBEA. Nam dictus excessus est duplus sphæræ ex BEA, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

PROPOSITIO XXI.

Centrum grauitatis conicoidis secundi sic diuidit axim, vt pars ad verticem sit ad reliquam vt 5. ad 3.

ESto N, centrum grauitatis solidi ex CGBA, circa BA, reuoluta. Dico esse BN, ad NA, vt 5. ad 3. Nam diuisa BA, bifariam in F, erit F, centrum grauitatis excessus totius conicoidis secundi supra solidum genitum ex CDBEA. Ex coroll. 5. Pariter secetur FA, bifariam in k, vt Bk, sit tripla kA, erit k, centrum grauitatis excessus conicoidis primi ex CDBEA, supra sphæram ex AEB, ex schol. 2. proposit. 1. & ex schol. proposit. 6. Cumque etiam ex hoc sch. sit solidum excessus conicoidis primi supra sphæram duplum sphæræ, & ipsi sphæræ sit probatus æqualis excessus conicoidis secundi supra

conicoi-

conicoides primum. Erit hic exceſſus ſimul cum ſphæra ęqualis exceſſui conicoidis primi ſupra ſphęram. Si ergo FK, ſecetur bifariam in N. Erit N, centrum grauitatis totius conicoidis ſecundi. Ergo quorum BA, erit 8. talium BN, erit 5. & NA, 3. Quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO XXII.

Cylindrus circumſcriptus conicoidi ſecundo, eſt ad ipſum in ratione ſeſquialtera.

NAm ex propoſit. 1. cylindrus ex OA, eſt ad exceſſum conicoidis primi ſupra ſphęram in ratione tripla. Cumque hic exceſſus, vt ſtatim probatum fuit, ſit ęqualis exceſſui conicoidis ſecundi ſupra ipſum. Erit cylindrus ad totum ſolidum, vt 3. ad 2. Quod &c.

SCHOLIVM.

Vt licuit notare ex duabus propoſitionibus antecedentibus, cylindrus ex OA, eſt ad conicoides ſecundum in ea ratione, in qua eſt cylindrus circumſcriptus hemiſphęrio, ſeù hemiſphęroidi ad ipſum; & etiam centrum grauitatis dicti conicoidis ſecat axim BA, in ratione ea, in qua ſecatur à centro grauitatis hemiſphærij, ſeù hemiſphæroides. Forſan ergo tale ſolidum eſt hemiſphærium, ſeù hemiſphæ-

phæroides. Quod vtique ſtatim oſtendetur verum eſſe ſi proponatur.

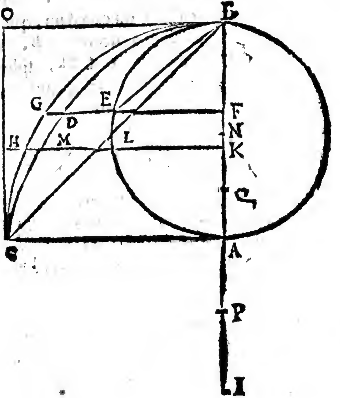
PROPOSITIO XXIII.

C G B A, figura genitrix conicoidis ſecundi eſt circuli quadrans.

PRoducatur B A, ad I, vt B A, A I, ſint æquales. Quod quadratum C A, ſit æquale rectangulo I A B, eſt luce clarius, quia C A, A B, æquales. Sumatur arbitrariè punctum F, & ducta F G, parallela C A, fiat I P, æqualis B F. Quoniam quadratum G F, eſt æquale duobus quadratis E F (nempe duobus rectangulis A F B) & quadrato F B: & rectangulum P F B (quia P F, dupla F A) eſt ęquale duobus rectangulis A F B; & pariter rectangulum ſub I P, & ſub F B, ęqualibus, eſt ęquale quadrato B F. Ergo rectangulum I F B, erit ęquale quadrato G F. Idem probabitur de omnibus alijs. Ergo C G B A, erit circuli quadrans. Quod &c.

SCHOLIVM.

Licuit ergo notare ex antecedentibus, quod ſi in C G B A, circuli quadrante inſcribatur ſemiparabola, cuius baſis C A, axis A B, & ſuper axi B A, fiat ſemicirculus B E A, & hæc omnia rotentur circa B A: licuit inquam notare, exceſſum hemiſphærij ſupra



pra conoides parabolicum, esse magnitudinem proportionaliter analogam cum sphæra. Cumque sphęra in nostris operibus antea elaboratis, probata fuerit proportionaliter analoga cum multis, & diuersis magnitudinibus: patet cum his esse quoque proportionaliter analogum excessum prædictum hemisphęrij supra conoides parabolicum. Præcipuè cùm in

L con-

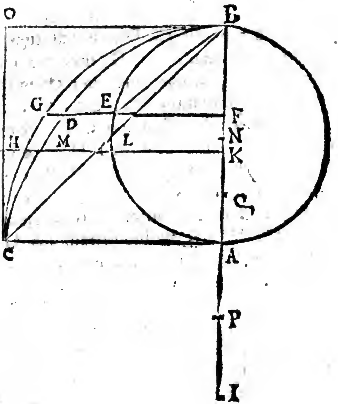
constructione quorundam problematum geometricorum, quam addidimus tractatui de infinitis cochleis, soluta fuerint problemata quædam, quorum 17. est. Datam KF, ità producere ad B, & inuenire portionem minorem ex LBk, sphæræ, vel sphæroidis, vt F, sit eius centrum grauitatis: ex hoc facile erit construere etiam sequens.

PROPOSITIO XXIV.

Datam KF, ita producere ad B, & inuenire HBK, semiportionem circuli, ac in ipsa inscribere MBK, semiparabolam cuius axis BK, basis MK, vt reuolutis omnibus circa BK, sit F, centrum grauitatis excessus portionis sphæræ supra conoides.

NAm iuxta normam citatæ proposit. 17. ipsi FK, esset addenda quælibet KQ, & QF, taliter esset producenda ad B, vt KF, esset ad FB, vt dupla QK, cum sesquialtera KB, ad quadruplam QK, cum dupla sesquialtera KB: & ipsius QB, facienda esset dupla AB, ac à puncto k, esset erigenda normalis KL, ac media proportionalis inter Bk, kA, essetque producenda ad M, vt quadratum Mk, sit æquale quadratis Lk, KB: & centro A, interuallo AB, esset ducendus circuli quadrans CHBA; & kM, esset producenda ad H. Sic inuenta erit semiportio circuli HBk, & semiparabola MBk, quæ perficient quæsitum. Demonstratio

peta-



peratur ex citata proposit. 17. Ad ipsius namque normam erit discurrendum.

PROPOSITIO XXV.

Quadratum sagittæ, vna cum tribus quadratis sinus, vt in proposit. 18. superant quatuor quadrata sinus totius,

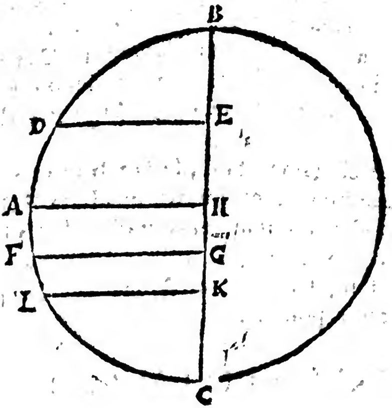
duobus rectangulis sub sinu verso eius supplementi, &; sub sinu recto eius complementi.

ESto vt in proposit. 18. Dico quadratum GB, cum tribus quadratis FG, superare quatuor quadrata AH, quantitate duorum rectangulorum CGH. Nam quadratum FG, seù rectangulum CGB, cum sit æquale rectangulo CGH, & rectangulo sub CG, & sub HB, seù HC, ergo tria quadrata FG, seù tria rectangula CGB, erunt æqualia tribus rectangulis CGH, & tribus rectangulis HCG. Pariter quadratum BG, est æquale quadratis BH, HG, & duobus rectangulis GHB, seù CHG. Ergo tria quadrata FG, cum quadrato GB, erunt æqualia tribus rectangulis HCG, tribus rectangulis CGH; duobus rectangulis CHG; & quadratis GH, HB. Sed vnum rectangulum CGH, cum quadrato GH, facit vnum rectangulum CHG. Ergo tria quadrata FG, cum quadrato GB, erunt æqualia tribus rectangulis HCG; & tribus rectangulis CHG (quæ faciunt tria quadrata CH, seù AH;) duobus rectangulis CGH; & quadrato HB. Quare superabunt quatuor quadrata AH, duobus rectangulis CGH. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM I.

Ex his facilè colligere poterimus, quod diuisa

HC,



HC, bifariam in G, quò magis erit acceptum aliquod punctum in BG, remotius à B, sed non vltra G, eò magis tria quadrata sinus recti cum quadrato sinus versi erunt maiora. Sumpto namque puncto E, & ducto sinu recto ED, quò magis DE, erit propior sinui toto AH, eò maiora esse tria quadrata DE, cum quadrato EB, patet manifestissimè. Sed quandò punctum sumitur vltrà centrum, hoc est demonstrandum. Supponamus enim E, esse centrum, CE, sectam bifariam in k, & ductos fore duos sinus rectos AH, FG. Erunt tria quadrata FG, cum quadrato GB, ex præsenti propositione, maiora quatuor quadratis sinus totius quantitate

duo-

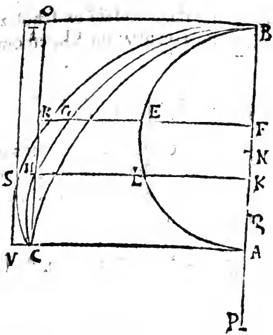
duorum rectangulorum CGE. Pariter tria quadrata AH, cum quadrato HB, excedent quatuor quadrata sinus totius duobus rectangulis CHE. At duo rectangula CGE, maiora sunt duobus rectangulis CHE, vt manifestè patet. Ergo etiam liquet propositum.

At si intelligamus HC, sectam bifariam in G, & H, esse circuli centrum: tria quadrata FG, cum quadrato GB, erunt maiora omnibus ducibilium. Siquidem duo rectangula CGH, sunt maiora omnibus rectangulis, quæ ex sectione HC, in puncto quolibet oriri possunt.

SCHOLIVM II.

His explicatis continuanda est productio conicoideorum secundæ speciei, vt explicatum fuit in schol. 2. proposit. 18. ad conicoides tertium. Intelligamus FG, KH, & alias parallelas CA, produci ad R, & S, vt quadratum RF, sit æquale tribus quadratis EF, cum quadrato FB: & quadratum SK, æquale esse tribus quadratis Lk, cum quadrato kB. Idem intelligatur de cæteris; & pariter intelligatur semifigura CSBA, quæ rotata circa BA, generabit solidum, quod nobis erit dictum conicoides tertium. Huius semifiguræ CSBA, erit eadem basis CA. Passiones huius tertij conicoidis pro nunc explicandæ sunt.

PRO-



PROPOSITIO XXVI.

In figura genitrice supradicti solidi ductis lineis basi parallelis, illa erit maior, quæ propior puncto abscindenti quartam partem axis versus basim, quæ erit omnium maxima.

Diuidatur BA, bifariam in N, & rursum NA, bifariam in Q, & sint ductæ duæ kS, FR, CA, parallelæ. Dico Sk, maiorem esse RF. Patet ex generatione figuræ explicata in schol. 2. proposit.

posit. anteced. Si verò BA, supponatur secta bifariam in F, & FA, bifariam in k. Dico kS, esse omnium maximam. Patet itidem ex schol. 2. proposit. antecedent. quia quadratum Sk, est omnium maximum.

SCHOLIVM.

Semifigura ergo SRBK, erit deficiens ad partem B, & kSCA, erit deficiens ad partem CA. Idem intelligendum venit de solidis ex dictis segmentis figuræ genitis.

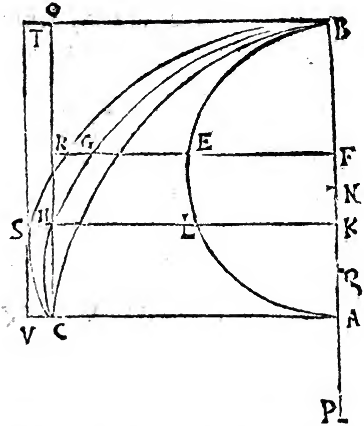
PROPOSITIO XXVII.

Excessus conicoidis tertij supra conicoides secundum, æquatur sphæræ tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

PRobabitur ad similitudinem proposit. 20. Nam eodem modo probabitur ex solidi genesi, excessum quadrati RF, supra quadratum GF, æquari quadrato EF. Et sic de Reliquis.

COROLLARIVM.

Ergo quæcunque deducta fuere in corollarijs proposit. 20. deducentur etiam in præsenti: & vltra, omnia hæc posse etiam deduci de magnitudine composita



posita ex sphæra, & ex excessu conicoidis tertij supra conicoides primum.

PROPOSITIO XXVIII.

Centrum conicoidis tertij sic diuidit axim, vt pars ad verticem sit ad reliquam, vt 3. ad 2.

SIt tale centrum N. Dico esse BN, ad NA, vt 3. ad 2. Nam sectis BA, bifariam in F, & FA, in Q; F, erit centrum grauitatis ex coroll. anteced. magnitudinis compositæ ex sphæra, & ex excessu co-

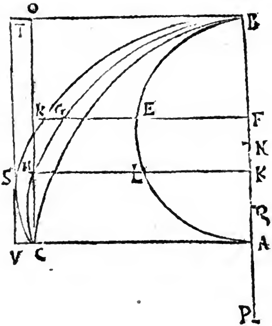
 nicoi-

nicoidis tertij supra conicoides primum; & Q, erit centrum grauitatis excessus conicoidis primi supra sphæram. Fiat FN, ad NQ. vt 2. ad 3. nempe reciprocè, vt excessus conicoidis primi supra sphæram, ad excessum conicoidis tertij supra ipsum. Erit N, centrum grauitatis totius solidi. Cum autem sit FN, ad NQ, vt 2. ad 3. Erit componendo FQ, ad QN, vt 5. ad 3. Et BA, quadrupla FQ, ad ipsam NQ, vt 20. ad 3. Sed ad QA, vt 20. ad 5. Ergo ad NA, vt 20. ad 8. Et diuidendo, erit BN, ad NA, vt 12. ad 8. nempe vt 3. ad 2. Quod &c.

PROPOSITIO XXIX.

Cylindrus circumscriptus conicoidi tertio, est ad ipsum, vt 27. ad 20.

IPsi enim circumscripto cylindro ex rectangulo TA, hic erit ad cylindrum ex rectangulo OA, circumscriptum secundo conicoidi, ex CHBA, vt quadratum VA, seù Sk, ad quadratum CA. Cylindrus ex OA, est ad ipsum conicoides vt 6. ad 5. Nam erat ad conicoides secundum ex proposit. 22. in ratione sesquialtera; nempe vt 6. ad 4. Et conicoides tertium superaddit conicoidi secundo eius quartam partem; nempe magnitudinem sphæræ æqualem. Ergo ex æquali, est cylindrus ex TA, ad ipsum conicoides tertium vt quadratum Sk, ad quinque sextas quadrati BA. Sed quadratum SK, est æquale tribus



tribus quadratis L K, & quadrato k B: nempe 18. illorum, quorum quadratum B A, est 16. Ergo erit cylindrus ad solidum vt 18. ad quinque sextantes 16. Nempe vt 27. ad 20. Quod &c.

PROPOSITIO XXX.

Semifigura genitrix concoidis tertij est semiportio maior ellipsis, cuius semiaxes coniugati, minor, tres quadrantes axis, & maior, maxima ducibilium.

DIco C S B A, semifiguram esse semiportionem maiorem ellipsis, cuius coniugati semiaxes, minor, B K, tres quadrantes B A, & maior k S. Quod enim k S, sit maior B k, est manifestissimum; quippè existente etiam maiori C A, seù A B. Producatur B A, in P, vt B k, K P, sint æquales. Quod quadratum C A, sit ad quadratum S k, vt rectangulum P A B, ad rectangulum P k B, est facilè probatu. Nam quorum B A, est 4. A P, est 2. & rectangulum P A B, 8. Eodem modo rectangulum P k B, talium est 9. Ergo rectangulum P A B, se habebit ad rectangulum P k B, vt 8. ad 9. Pariter, talium quadratum C A, est 16. Et quadratum S k, (quia æquale tribus quadratis L k, seù tribus rectangulis A k B, quæ talium sunt 9. & quadrato K B, quod pariter est 9.) erit quadratum C A, ad quadratum S k, vt 16. ad 18. Sed vt 16. ad 18. sic 8. ad 9. Ergo vt rectangulum P A B, ad rectangulum P k B, sic quadratum C A, ad quadratum S k.

Sed sumatur arbitrariè punctum F, per quod ducatur F R. Quadratum R F, est æquale tribus quadratis E F, seù tribus rectangulis A F B, & quadrato F B. Hoc cum vno rectangulo A F B, est æquale vni rectangulo A B F; cuius dimidium est rectangulum sub P A, & sub F B. Quod cum vno rectangulo A F B, facit rectangulum P F B. Ergo vnum quadratum R F, erit æquale duobus rectangulis P F B. Eodem modo patet quadratum C A, duplum fore rectanguli P A B. Ergo vt quadratum R F, ad

rectan-

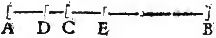
rectangulum PFB, ſic quadratum CA, ad rectangulum PAB. Et permutando, erit quadratum ad quadratum, vt rectangulum ad rectangulum. Ergo CSBA, eſt ſemiportio maior ſemiellipſis &c. Quod &c.

SCHOLIVM.

Ex progreſſu autem demonſtrationis habetur, non modò Sk, kB, eſſe ſemiaxes, ſed talis naturæ & proportionis, vt quadratum Sk, ſemiaxis maioris, ſit duplum quadrati BK, ſemiaxis minoris.

PROPOSITIO XXXI.

Si AB, ſic ſecetur in C, vt AC, ſit dimidia CB, duo rectangula BCA, ſuperabunt quadratum AC, maiori quantitate, quam in quocunque alio puncto fiat ſectio.



NAm quoniam BC, eſt dupla CA, duo rectangula BCA, erunt æqualia quatuor quadratis AC. Ergo ſuperant quadratum AC, tribus quadratis AC. Sumatur punctum D, inter A, C. Rectangulum BDA, eſt æquale rectangulo CDA, & rectangu lo ſub BC, in DA; nempe duplo re-

ctan-

ctangulo C A D. Ergo duo rectangula B D A, erunt æqualia duobus rectangulis C D A, & quatuor rectangulis C A D. Sed vnum rectangulum C A D, diuiditur in vnum C D A, & in vnum quadratum A D. Ergo duo rectangula B D A, superant quadratum A D, tribus rectangulis C D A, & tribus rectangulis C A D. Sed hæc sunt minora tribus quadratis A C. Ergo patet propositum.

Rursum accipiatur punctum E, inter C, B. Rectangulum B E A, diuiditur in rectangulum B E C, & in rectangulum sub B E, C A. Ergo duo rectangula B E A, erunt æqualia duobus rectangulis B E C, & duobus rectangulis sub B E, C A. Sed duobus rectangulis sub B E, C A, est æquale rectangulum C B E, quia C B, dupla A C. Ergo duo rectangula B E A, erunt æqualia duobus rectangulis C E B, & rectangulo C B E. Versa vice, quadratum A E, æquatur quadratis A C, C E, & duobus rectangulis E C A, quæ duo rectangula sunt maiora vno rectangulo C E B; quia dupla C A, maior E B, cum æqualis C B. Ergo si tam à quadrato A E, quam à duobus rectangulis C E B, cum rectangulo C B E, auferantur duo rectangula E C A; residuum duorum rectangulorum C E B, & rectanguli C B E, minus erit rectangulis C E B, C B E. Quòd rursus, si auferatur quadratum C E. Hoc residuum multò minus erit rectangulis C E B, C B E. Ergo minus absolutissimè quadrato C B; nempe quatuor quadratis A C. Si ergo ab hoc residuo dematur quadratum A C.

Quod



Quod remanebit erit pluribus de causis minus triplo quadrati AC. Quare patet in omnibus, & per omnia propositum.

SCHOLIVM.

Insimul ex progressu demonstrationis notare licuit, talem excessum duorum rectangulorum vsque ad punctum C, augeri, quò magis punctum sumitur propiùs ipsi C, & remotiùs ab A. Cum enim duo rectangula BDA, superent quadratum AD, tribus rectangulis CDA, & tribus rectangulis CAD; patet hæc sex rectangula semper augeri vsque ad punctum C. E contra verò vltra punctum C, magis masque minui, quò magis elongamur à puncto C. Nam duo rectangula BEA, quandò superant quadratum AE, (non enim semper ipsum superant, vt patebit) excessus minor est rectangulis CBE, CEB; quæ vtique patent minui, quò magis accedimus ad punctum B.

Diximus autem non semper illa duo rectangula BEA, maiora fore quadrato AE. Quia hoc solum verum est, quando punctum E, sic sumitur, vt BE, sit maior tertia parte BA. Quandò enim BE, est

vna

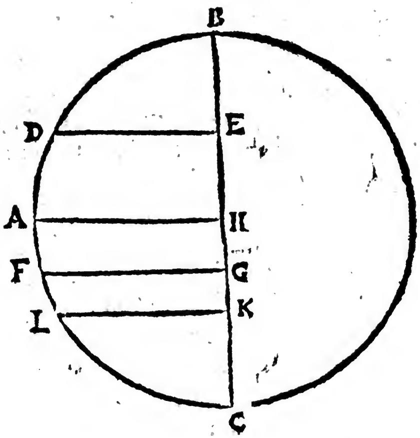
vna tertia BA; tunc duo rectangula BEA, æqualia sunt quadrato AE. Quandò verò BE, minor est triente BA; tunc illa duo rectangula minora sunt quadrato AE; & hoc eò magis, quò propiùs punctum E, erit ipsi B.

PROPOSITIO XXXII.

Quadratum sagittæ, vna cum quatuor quadratis, vt in proposit. 18. & 25. superant quinque quadrata sinus totius, duobus rectangulis sub sinu verso eius supplementi, & sub sinu recto eius complementi, minus quadrato dicti sinus recti complementi,

Sint eadem, vt in citatis proposi. Dico quadratum GB, cum quatuor quadratis GF, superare quinque quadrata sinus totius AH, duobus rectangulis CGH, minus quadrato HG. Cum enim quadratum FG, sit æquale rectangulo CGB; nempe rectangulo CGH, & rectangulo sub CG, HB; nempe rectangulo HCG. Ergo quatuor quadrata FG, erunt æqualia quatuor rectangulis HCC, & quatuor rectangulis CGH. Pariter quadratum BG, æquatur quadratis BH, HG, & duobus rectangulis BHG; nempe CHG; nempe duobus rectangulis CGH, & duobus quadratis GH. Ergo quatuor quadrata FG, cum quadrato BG, æquabuntur quatuor rectangulis HCG; sex rectangulis HGC; quadrato BH; & tribus quadra-

tis



tis HG. Item quatuor quadrata AH, seù HC, diuiduntur in quatuor rectangula HCG; in quatuor rectangula CGH, & in quatuor quadrata GH. Si ergo tam à quinque quadratis AH, quam à quatuor quadratis FG, cum quadrato BG, auferantur partes communes, remanebunt ex vna parte duo rectangula CGH, & ex alia quadratum GH. Et quatuor quadrata FG, cum quadrato GB, excedent quinque quadrata AH, quantitate excessus duorum rectangulorum CGH, super quadrato HG. Quod &c.

SCHOLIVM.

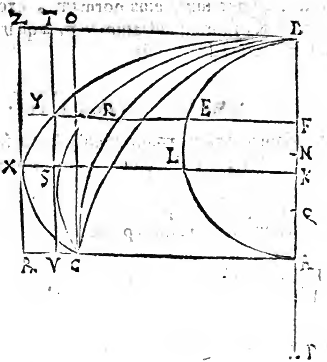
Diximus autem quatuor quadrata FG, cum quadrato GB, superare quinque quadrata AH, quod verificatur quandò duo rectangula CGH; maiora sunt quadrato HG. Quod quandò accedat, explicatum fuit in schol. proposit. anteced. Continuetur ergo productio nostrorum conicodeorum ad quartum. Pro quo intelligamus KS, FR, produci sic ad X, & Y, vt quadratum Xk, æquetur quatuor quadratis Lk, & quadrato kB. Item quadratum YF, æquari quatuor quadratis EF, & quadrato BF. Et sic intelligatur de alijs parallelis CA. Ad modum autem superiorum intellecta semifigura CXBA, & quidem rotata circa BA, generabit nobis conicoides quartum, cuius basis radius erit eadem CA.

PROPOSITIO XXXIII.

In supradicta figura, parallelarum basi ea est maior, quæ propior puncto abscindenti trientem axis versus basim, quæ erit omnium maxima.

Diuidatur BA, bifariam in N, & NA, sic in Q, vt NQ, sit vna tertia NA (sic enim etiam AQ, erit triens totius AB.) Dico quod ductis kX, YF, parallelis CA: erit Xk, maior YF.

Pa-



Patet ex supra traditis. Item supponatur B A, secta bifariam in F, & F A, sic in k, vt F K, sit vna tertia F A. Dico X K, esse omnium maximam. Cuius probatio petatur ex superioribus.

PROPOSITIO XXXIV.

Excessus conicoidis quarti supra conicoides tertium æquatur sphæræ tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

PRobabitur ad similitudinem proposit. 20. Constabit quippè iuxta eius normam, excessum quadrati XK, supra quadratum Sk, æquari quadrato Lk. Sicque de reliquis.

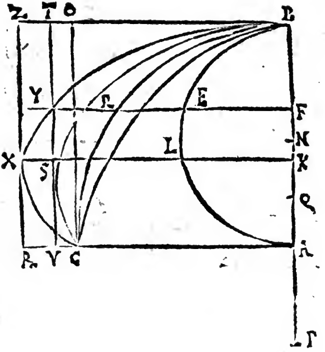
COROLLARIVM.

Ergo etiam nunc, quæcunque collecta fuerunt in coroll. proposit. 20. emanabunt etiam ex præsenti proposit. Et vltra, omnia hæc verificari quoque de quantitate composita ex sphæra, & ex excessu conicoidis quarti supra conicoides primum.

PROPOSITIO XXXV.

Centrum conicoidis quarti sic diuidit axim, vt pars ad verticem sit ad reliquam vt 7. ad 5.

ESto tale centrum N. Dico esse BN, ad NA, vt 7. ad 5. sectis enim BA, bifariam in F, & FA, in Q; F, erit centrum grauitatis excessus conicoidis quarti supra excessum conicoidis primi supra sphæram: nempe magnitudinis compositæ ex excessu conicoidis quarti supra conicoides primum, & ex sphæra. Pariter Q, erit centrum grauitatis excessus conicoidis primi supra sphæram. Quæ omnia patent ex dictis. Sicuti facilè patebit, dictum excessum conicoidis quarti supra excessum conicoidis primi supra sphæram, esse huius secundi excessus duplum.



plum. Nam ille est quadruplus sphæræ; hic verò duplus. Sit FN, bessis NQ. Ergo erit reciprocè FN, ad NQ, vt excessus conicoidis primi supra sphæram, ad excessum conicoidis quarti supra ipsum. Quare N, centrum conicoidis quarti. Quare cum sit FN, ad NQ, vt 1. ad 2. erit componendo, FQ, ad QN, vt 3. ad 2. Ergo BA, quadrupla FQ, erit ad NQ, vt 12. ad 2. Sed ad QA, vt 12. ad 3. quia eius quadrupla. Ergo ad NA, vt 12. ad

ad 5. Et diuidendo, BN, ad NA, vt 7. ad 5. Quod &c.

PROPOSITIO XXXVI.

Cylindrus circumscriptus conicoidi quarto, est ad ipsum, in ratione sesquitertia.

SIt enim ipsi circumscriptus cylindrus ex rectangulo ZA, hic erit ad cylindrum ex OA, circumscriptum tam conicoidi primo, quam secundo, vt quadratum ℞A, seù Xk, ad quadratum CA, seù BA. Cylindrus ex OA, est æqualis conicoidi quarto. Ergo cylindrus ex ZA, erit ad conicoides quartum vt quadratum Xk, ad quadratum AB. Nempe vt quatuor rectangula AkB, cum quadrato kB, ad quadratum AB. Cumque BA, sit in 6. partes diuisa, quarum duæ est ipsa AK; rectangulum AKB, erit talium 8. quorum quadratum AB, 36. Et quatuor rectangula AkB, 32. Et quadratum kB, 16. Quare quatuor rectangula AkB, cum quadrato kB, erunt talium 48. Ergo cylindrus erit ad conicoides vt 48. ad 36. Nempe vt 4. ad 3. Quod &c.

PRO-

PROPOSITIO XXXVII.

Semifigura genitrix conicoidis quarti est semiportio maior Ellipsis, cuius semiaxes coniugati, minor, duæ tertiæ axis, maior, maxima ducibilium.

Dico ergo CXBA, semifiguram esse semiportionem maiorem ellipsis, cuius coniugati semiaxes, minor Bk, duæ tertiæ BA; maior XK. Nam producatur BA, in P, vt Bk, kP, sint æquales. Ergo PA, erit triens AB. Nempe quorum BA, seù AC, erit 3, talium AP, erit 1. Ergo quorum quadratum CA, erit 9. talium rectangulum PAB, erit 3. Ergo quadratum CA, triplum est rectanguli PAB. Sumatur in BA, arbitrariè punctum F, & sit ducta FY, parallela CA. Quadratum YF, æquatur quatuor rectangulis AFB, & quadrato FB, quod cum vno rectangulo AFB, facit rectangulum ABF. Cumque huius tertia pars sit rectangulum sub AP, & sub FB, quia PA, triens AB; & cum vnum rectangulum AFB, cum rectangulo sub PA, & sub FB, faciat rectangulum PFB. Quadratum YF, erit æquale tribus rectangulis PFB. Quare vt quadratum CA, ad rectangulum PAB, sic quadratum YF, ad rectangulum PFB. Quare & permutando, erit vt quadratum ad quadratum, sic rectangulum ad rectangulum. Quare CXBA, erit semiportio maior ellipsis, vt dictum fuit.

SCHO-

SCHOLIVM.

Etiam nunc ex progressu demonstrationis licet colligere proportionem axium semiellipsis; nempe vt quadratum X k, semiaxis maioris triplum sit quadrati BK, semiaxis minoris.

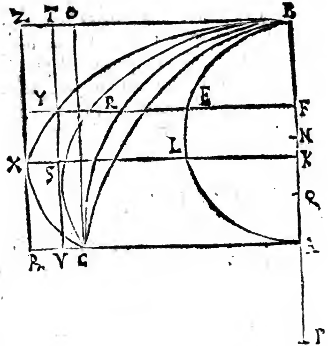
Vsque modò varia collecta fuerunt particulariter de particularibus conicoidibus huius secundæ speciei, vt melius perciperentur, quæ vniuersaliter de ipsis infinitis concinnaturi sumus.

Intelligere ergo debemus productiones conicoideorum continuari vsque in infinitum, sic vt quadratum ordinatim applicatæ cuiuslibet conicoidis excedat sui partem, quæ est quadratum ordinatim applicatę conicoidis vnitate minoris, rectangulo, quod sit æquale quadrato ordinatim applicatæ in sphæra: ita vt hæ ordinatim applicatæ in dictis solidis secent axim in eodem puncto. Quæ omnia facilè est intelligere ex vsque nunc explicatis. Ex quibus etiam facilè est percipere veritatem sequentis regulæ generalissimæ.

PROPOSITIO XXXVIII.

Excessus cuiuscunque conicoidis supra conicoides vnitate minus, est æqualis sphæræ tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

Nam



NAm excessus quadrati Xk, supra quadratum Sk, est æqualis semper quadrato Lk. Quare etiam armilla circularis orta ex reuolutione XS, circa BA, erit æqualis circulo radij Lk. Et sic de cæteris. Ergo totus excessus æqualis sphæræ.

SCHOLIVM I.

Cum ergo quilibet horum excessuum sit magni-

tudo proportionaliter analoga cum sphæra tam secundum totum, quam secundum partes proportionales, licebit colligere centra grauitatis omnium partium prædictorum excessuum eodem fermè modo, quo collecta fuerunt in quinque coroll. proposit. 21. Quæ centra grauitatis non tantum poterunt deduci de segmentis cuiuslibet excessus, sed etiam de pluribus simul coniunctis, ac addictis sphæræ segmentis.

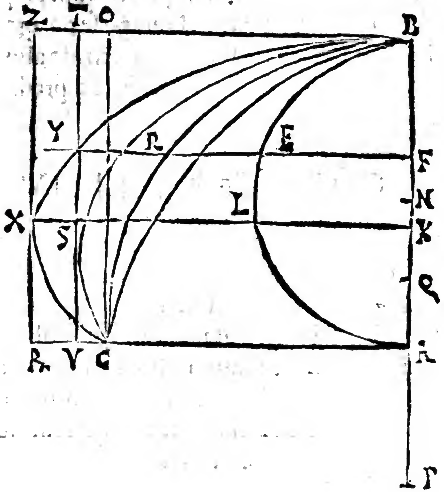
SCHOLIVM II.

Pariter poterimus colligere, omnes differentias inter duos quoslibet proximè conicoides esse æquales; quia omnis æqualis sphæræ. V. g. differentia inter conicoides tertium, & quartum, erit æqualis differentiæ inter conicoides nonum, & decimum. Cumque aliquandò ostensum sit, etiam excessum conoidis parabolici supra conum sibi inscriptum esse æqualem ipsi sphæræ. Etiam hic excessus erit æqualis cuilibet differentiæ conicoideorum. Quodlibet ergo conicoides posterius addit conicoidi priori magnitudinem sphæræ æqualem.

SCHOLIVM III.

Insimul licebit arguere vnum conicoides fore ad quodlibet aliud, vt numerus binario auctus, ad numerum binario auctum. Nam quodlibet conicoides

cen-



continet tot differentias, quarum vnaquæque æqualis sphæræ, quotus est numerus ipsius vnitate minutus; continet excessum primi supra sphæram, qui est spæræ duplus, & consequenter cuiuscunque differentię; & continet sphęram ipsam. Quę omnia faciunt magnitudinum sphęrę ęqualium numerum binario auctum. V.g. conicoides quartum continet differentiam inter ipsum, & tertium: inter hoc, & secundum: & inter hoc, & primum: quę faciunt tres

magnitudines sphęrę ęquales. Item continet excessum conoidis supra sphęram, qui est duplus sphęrę; & continet sphęram ipsam. Nempe sex magnitudines sphęrę ęquales. Et sic discurratur de alijs. Ergo conicoides erit ad conicoides in prędicta ratione.

SCHOLIVM IV.

Ex quibus facilè licebit colligere, quodlibet conicoides, dempto ab ipso excessu conicoidis primi supra sphæram, esse ad hunc excessum, vt numerus conicoidis ad binarium. Est namque quodlibet conicoides ad primum, vt numerus binario auctus ad ternarium. Et ad excessum conicoidis primi supra sphæram, vt numerus binario auctus ad binarium. Et diuidendo, vt numerus ad binarium.

PROPOSITIO XXXIX.

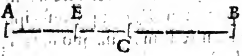
Cylindrus circumscriptus conicoidi primo, erit ad quodlibet conicoides, vt senarium ad numerum conicoidis binario auctum.

Ex rectangulo OA, reuoluto circa BA, intelligatur cylindrus, qui erit circumscriptus tam conicoidi primo, quam secundo. Dico hunc esse ad quodlibet conicoides, vt senarium, ad numerum conicoidis binario auctum. Nempe ad primum, vt 6. ad

ad 3. Ad secundum, vt 6. ad 4. Ad tertium, vt 6. ad 5. Et sic in infinitum. Quod enim cylindrus sit ad primum vt 6. ad 3. patet. Quia cum sit conoides parabolicum, erit eius duplus. Nempe vt 6. ad 3. De alijs sic patebit. Cylindrus dictus ad primum conicoides est vt 6. ad 3. nempe ad numerum binario auctum. Conicoides primum est ad quodlibet conicoides, ex schol. 3. anteced. vt numerus binario auctus, ad numerum binario auctum. Ergo ex æquali, erit cylindrus ad quodlibet conicoides, vt senarium ad numerum binario auctum.

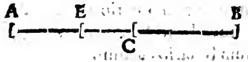
PROPOSITIO XL.

Si quælibet recta linea secetur bifariam, & non bifariam: Rectangulum sub inæqualibus totius partibus acceptum secundum quemlibet numerum; vna cum quadrato minoris portionis, minus erit quadrato dimidiæ accepto secundum numerum rectangulorum vnitate auctum: & hoc eò magis, quò punctum fuerit acceptum remotius à puncto bissectionis.



Recta AB, sit secta bifariam in C, & non bifariam in E. Dico, quod tot rectangula BEA,

B E A, quantum volumus, cum vno quadrato A E, erunt minora tot quadratis A C, quotus est numerus rectangulorum vnitate auctus. V. g. quatuor rectangula B E A, cum quadrato A E, erunt minora quinque quadratis A C. Etc. Res est manifestissima. Quia tot rectangula B E A, æquantur tot rectangulis C E A, & tot rectangulis sub B C, A E;



seù tot rectangulis C A E. Hæc autem minora sunt tot quadratis A C, tot quadratis E C. Pariter quadratum A E, minus est quadrato A C, quadrato E C, & duobus rectangulis C E A. Tot ergo rectangula B E A, cum quadrato E A, minora sunt tot quadratis A C, acceptis secundum numerum rectangulorum vnitate auctum, quantitate tot quadratorum E C, quotus est itidem numerus rectangulorum vnitate auctus, & duobus rectangulis C E A. Dico insuper hæc rectangula B E A, cum quadrato A E, eò minus deficere ab illis quadratis A C, quò punctum E, erit propiùs ipsi C. Quod pariter est manifestum; quia quò magis punctum E, accedit ad C, eò magis minuuntur illa quadrata E C, cum illis duobus rectangulis A E C, adeò vt in puncto C, hæc differentia penitùs euanescat.

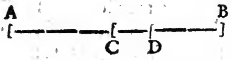
SCHO-

SCHOLIVM.

Amplius patuit ex progreſſu demonſtrationis quantum ſunt minora, nempe tot quadratis E C, lineæ inter ſectiones interiectæ quotus eſt numerus quadratorum dimidiæ, & duobus rectangulis AEC, ſub partibus dimidiæ.

PROPOSITIO XLI.

Si qualibet recta linea ſecetur bifariam, & non bifariam. Differentia inter rectangulum ſub inæqualibus totius partibus, cum quadrato maioris, & inter duo quadrata dimidiæ, erunt duo rectangula ſub partibus dimidiæ diuiſæ, & duo quadrata partis inter ſectiones interiectæ. Differentia inter duo rectangula ſub inæqualibus totius partibus, cum quadrato maioris, & tria quadrata dimidiæ. Erunt duo dicta rectangula cum vno dictorum quadratorum. Differentia inter tria rectangula cum vno quadrato, & quatuor quadrata, vt prius. Erunt duo dicta rectangula.

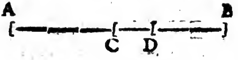


Recta linea A B, ſecta ſit bifariam in C, & non bifariam in D. Dico differentiam inter

ter rectangulum BDA, cum quadrato AD, & duo quadrata CB, esse duo rectangula BDC, cum quadrato duplo DC. Differentiam inter duo rectangula ADB, cum quadrato AD, & tria quadrata CB, esse duo rectangula BDC, cum quadrato CD. Differentiam autem inter tria rectangula BDA, cum quadrato AD, & quatuor quadrata CB, esse duo rectangula BDC.

Nam vnum quadratum AD, diuiditur in quadrata AC, CD, & in duo rectangula ACD, seu BCD; quæ postea sunt æqualia duobus rectangulis BDC, & duobus quadratis CD. Si ergo auferatur tam à numero rectangulorum BDA, cum quadrato AD, quam à numero quadratorum CB, vnum quadratum AC, seu CB. Remanebit ex vna parte numerus rectangulorum BDA, cum duobus rectangulis BDC, & cum tribus quadratis CD. Ex alia verò numerus quadratorum CB, vnitate minutus; quæ plana erunt ad inuicem conferenda; & numerus rectangulorum BDA, remanebit æqualis numero quadratorum BC. Cumque rectangulum BDA, sit æquale rectangulis BDC; & BD, AC; seu CBD. Numerus rectangulorum BDA, erit æqualis numero rectangulorum BDC, CBD. Cum autem tot etiam numero quadrata CB, diuidantur in tot numero rectangula CBD; in tot numero rectangula CDB; & in tot numero quadrata CD. Si auferantur partes communes, remanebunt semper duo rectangula BDC: cum duobus qua-

dratis



dratis D C, ſi rectangulum B D A, eſt vnum: cum vno quadrato D C, ſi rectangula B D A, ſunt duo: & tantum duo rectangula B D C, ſi rectangula B D A, ſunt tria. Patet ergo propoſitum.

SCHOLIVM I.

Exceſſus ergo erit penes rectangula B D A, cum quadrato D A. Hæc namque plana ſuperabunt illa quadrata C B, illis duobus rectangulis B D C, & illis quadratis C D, quando accidet.

Inſimul percipiatur, quod quantum punctum D, ſumitur remotius à C, & propiùs B, tantum dicta differentia augetur in duobus primis caſibus, nempe quando differentia eſt duo rectangula B D C, cum quadrato duplo D C, & cum vnico quadrato D C. Quandò verò differentia eſt tantum duo rectangula B D C; tunc dictus exceſſus augetur magis, magiſque, quantum punctum D, ſumitur remotiùs à C, & propiùs puncto biſſecanti C B, in quo puncto fit rectangulum maximum ſub partibus C B, vtcunque ſectæ. Quod ſi punctum D, ſumatur vltra punctum biſſectionis verſus B; tunc illa duo rectangula rurſum decreſcunt, & hoc eò magis, quò punctum D,

P ſumi-

sumitur remotius à puncto bissectionis: ita vt sumptis duobus punctis æque remotis à puncto bissectionis, illa duo rectangula constituentia supradictam differentiam semper sint æqualia alijs duobus. Hæc sunt nimis clara, & scitu facilia.

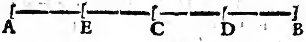
SCHOLIVM II.

Cum autem in proposit. anteced. ostensum sit vniuersaliter, quod sumpto in A C, quolibet puncto E, semper rectangula tot B E A, quantum libet, cum quadrato A E, sunt minora tot quadratis A C, quotus est acceptus numerus rectangulorum B E A, vnitate auctus; hoc minus, quò punctum E, erit propiùs C. Deducere poterimus, quod in primo, & secundo casu rectangulum, vel rectangula B D A, vel B E A, cum quadrato D A, vel E A, semper augentur, quò magis puncta sumpta in B A, sunt remotiora à B. In tertio autem casu; quando nimirum conferuntur tria rectangula cum vno quadrato, cum quatuor quadratis dimidiæ, auctio fit ab A, vsque ad punctum bissecans C B; vltra quod fit minutio.

PROPOSITIO XLII.

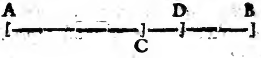
Si qualibet recta linea secetur bifariam, & non bifariam. Differentia inter rectangulum sub inæqualibus totius partibus acceptum secundum numerum non minorem quaternario, vna cum quadrato maioris partis, & inter tot qua-

quadrata dimidiæ quotus est numerus rectangulorum vnitate auctus, erit differentia inter duo rectangula sub partibus dimidiæ, & inter tot quadrata partis dimidiæ interceptæ inter puncta sectionis, quotus est numerus rectangulorum ternario minutus.



Recta A B, sit secta bifariam in C, & non bifariam in D. Dico differentiam inter tot rectangula B D A, quotus est numerus non minor quaternario, vna cum quadrato A D; & inter tot quadrata C B, quotus est numerus rectangulorum vnitate auctus, esse eandem cum differentia inter duo rectangula B D C, & inter tot quadrata D C, quotus est numerus rectangulorum ternario minutus. V. g. differentia inter quatuor rectangula B D A, cum quadrato D A, & inter quinque quadrata C B, erit eadem cum differentia inter duo rectangula B D C, & quadratum D C. Differentia inter quinque rectangula BDA, cum quadrato AD, & inter sex quadrata C B: erit differentia inter duo rectangula B D C, & inter duo quadrata C D. Differentia inter sex rectangula cum vno quadrato, & inter septem quadrata, erit eadem cum differentia inter duo rectangula, & tria quadrata. Et sic in infinitum.

Nam quadratum A D, æquatur quadratis A C,



CD, & duobus rectangulis ACD, seù BCD: quæ sunt æqualia duobus rectangulis BDC, & duobus quadratis CD. Si ergo tam à numero rectangulorum BDA, cum quadrato DA, quam à numero quadratorum BC, auferatur vnum commune quadratum AC, seù CB. Remanebunt conferenda tot rectangula BDA, duo rectangula BDC, & tria quadrata CD, cum tot numero quadratis CB, quotus est numerus rectangulorum BDA. Sed rectangulum BDA, diuiditur in rectangula BDC, & BD, CA; seù CBD; vndè tot rectangula BDA, diuiduntur in tot rectangula BDC, & in tot rectangula CBD. Pariter tot quadrata CB, quotus est numerus rectangulorum BDA, diuiduntur in tot rectangula CBD; in tot rectangula BDC, & in tot quadrata CD. Si ergo auferantur hic inde partes communes, nempe tot rectangula CBD; tot rectangula BDC, & tria quadrata CD. Remanebunt ex parte rectangulorum BDA, & quadrati AD, duo rectangula BDC: ex parte verò quadratorum CB, remanebunt tot quadrata CD, quotus est numerus rectangulorum BDA, ternario minutus. Ergo differentia inter hæc duo rectangula BDC, & inter residua illorum

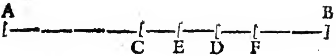
qua-

quadratorum C D, erit æqualis differentiæ inter illa rectangula B D A, cum quadrato A D, & inter tot quadrata CB, quotus est numerus rectangulorum vnitate auctus. Quod &c.

PROPOSITIO XLIII.

Si suppositis ijsdem, quæ in anteced. proposit. & C B, sic diuidatur in D, vt sit C D, ad D B, vt binarium ad numerum ternario minorem numero rectangulorum B D A. Duo rectangula B D C, erunt æqualia residuo illorum quadratorum C D. Si accipiatur quodlibet punctum E, inter C, D: duo rectangula B E C, sunt maiora residuo quadratorum C E. Si verò accipiatur quodlibet punctum F, inter D B: duo rectangula B F C, sunt minora residuo quadratorum C F.

V. G. si numerus rectangulorum B D A, erat quaternarius, diuidatur B C, in D, vt sit C D, ad DB, vt 2. ad 1. Si numerus rectangulorum sit



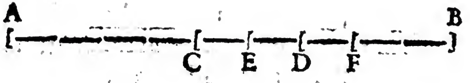
quinarius; sit CD, ad DB, vt 2. ad 2. Si numerus rectangulorum sit senarius: sit CD, ad DB, vt 2. ad 3. Et sic in infinitum. Si ergo sit CD, ad DB, vt 2. ad 1. tunc duo rectangula BDC, erunt æqualia

lia

lia quadrato CD. Si sit CD, ad DB, vt 2. ad 2. erunt duo rectangula BDC, æqualia duobus quadratis CD. Si sit CD, ad DB, vt 2. ad 3. duo rectangula BDC, erunt æqualia tribus quadratis CD, &c.

Quod sic patebit. Cum enim sit CD, ad DB, vt binarium ad numerum rectangulorum BDA, ternario minutum: & cum pariter duo quadrata CD, sint ad residuum illorum quadratorum CD, vt binarium ad numerum rectangulorum ternario minutum (quia ex proposit. anteced. quæ diligenter pro huius intelligentia est memorię commendenda, residuum illorum quadratorum CD, est quadratum CD, accipiendum secundum numerum rectangulorum BDA, ternario minutum.) Erit vt CD, ad DB, sic duo quadrata CD, ad residuum illorum quadratorum CD. Sed vt CD, ad DB, sic dupla CD, ad duplam DB: nempe (sumpta communi altitudine CD) sic duo quadrata CD, ad duo rectangula CDB. Ergo vt duo quadrata CD, ad residuum illorum quadratorum CD, sic eadem duo quadrata CD, ad illa duo rectangula CDB. Est ergo residuum illorum quadratorum CD, æquale duobus rectangulis CDB.

Secundum, nempe, quod accepto quolibet puncto E, inter C, D, duo rectangula BEC, sint maiora residuo quadratorum CE, sic constabit. Quoniam CD, ad DB, est vt binarium, ad numerum rectangulorum ternario minutum: & CE, ad EB, est



eſt in minori ratione quam CD, ad DB. Erit etiam CE, ad EB, in minori ratione quam binarium ad numerum ternario minutum. Sed vt binarium ad numerum rectangulorum ternario minutum, ſic duo quadrata CE, ad reſiduum quadratorum CE. Ergo erit CE, ad EB, in minori ratione, quam duo quadrata CE, ad reſiduum quadratorum CE. Sed vt CE, ad EB, ſic quadratum CE, ad rectangulum CEB: nempe ſic duplum quadratum CE, ad duplum rectangulum CEB. Quare duo quadrata CE, erunt ad duo rectangula CEB, in minori ratione, quam ad reſiduum quadratorum CE. Quare duo rectangula BEC, maiora erunt reſiduo quadratorum CE.

Tertium, nempe, quod accepto quolibet puncto F, inter D, B, ſint duo rectangula BFC, minora reſiduo quadratorum CF, ſic manifeſtabitur. CF, ad FB, eſt in maiori ratione quam CD, ad DB: nempe quam binarium ad numerum rectangulorum ternario minutum: nempe quam duo quadrata CF, ad reſiduum quadratorum CF. Sed vt CF, ad FB, ſic quadratum CF, ad rectangulum CFB: nempe ſic duplum quadratum CF, ad duplum rectangulum CFB. Ergo duplum quadratum CF, erit ad

duplum

duplum rectangulum CFB, in maiori ratione quam ad residuum quadratorum CF. Ergo duo rectangula CFB, minora erunt residuo quadratorum CF. Patet ergo propositum quoad omnia.

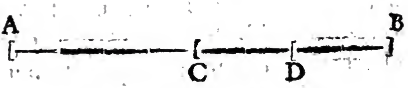
PROPOSITIO XLIV.

Datis iisdem, quæ in proposit. 42. si CB, sic diuidatur in D, vt sit CD, ad DB, vt vnitas ad numerum rectangulorum BDA, binario minutum. Duo rectangula BDC, superabunt residuum quadratorum CD, tot quadratis CD, quotus est numerus rectangulorum vnitate minutus.

V. G. si numerus rectangulorum BDA, sit quaternarius, sit CD, ad DB, vt 1. ad 2. Et tunc duo rectangula BDC, superabunt quadratum CD, tribus quadratis CD. Si numerus rectangulorum sit quinarius, sit CD, ad DB, vt 1. ad 3. Et tunc superabunt duo rectangula BDC, duo quadrata CD, quatuor quadratis CD. Si rectangula sint sex, sit CD, ad DB, vt 1. ad 4. & duo rectangula superabunt tria quadrata quinque quadratis. Et sic in infinitum.

Cum enim sit CD, ad DB, vt vnitas ad numerum rectangulorum binario minutum. Et vt CD, ad DB, sic quadratum CD, ad rectangulum CDB. Erit etiam quadratum CD, ad rectangulum CDB, vt vnitas ad numerum binario minutum. Quare

erit



erit quadratum C D, ad duplum rectangulum C D B, vt vnitas ad duplum numerum quaternario minutum. Conuertendoque, erit duplum rectangulum B D C, ad quadratum D C, vt duplus numerus quaternario minutus, ad vnitatem. Sed quadratum C D, est ad residuum quadratorum C D, vt vnitas ad numerum ternario minutum. Quare ex æquali, erit duplum rectangulum B D C, ad residuum quadratorum C D, vt duplus numerus quaternario minutus ad numerum ternario minutum. Si ergo ex duplo rectangulo B D C, dematur residuum quadratorum C D, remanebunt tot quadrata C D, quotus est numerus rectangulorum vnitate minutus. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XLV.

Si C B, secetur in rationibus propositionis antecedentis. Duo rectangula B D C, superabunt residuum quadratorum C D, maiori excessu, quam si C B, secaretur in quocunque alio puncto.

SEcetur in E, inter C, D. Cum sit B D, ad D C, vt numerus binario minutus, ad vnitatem. Erit

rectangulum ſub B D, E C, æquale tot rectangulis D C E, quotus eſt numerus binario minutus. Et duplum rectangulum ſub B D, E C, erit æquale tot rectangulis D C E, quotus eſt duplus numerus quaternario minutus. Nempe tot rectangulis D E C, quotus eſt duplus numerus quaternario minutus, vna cum tot quadratis C E. Sed duplum rectangulum B E C, diuiditur in duplum rectangulum D E C, & in duplum rectangulum ſub B D, E C. Ergo duplum rectangulum B E C, erit æquale tot rectangulis D E C, quotus eſt numerus duplus binario minutus, & tot quadratis C E, quotus eſt duplus numerus quaternario minutus. Sed reſiduum quadratorum C E, erant tot quadrata C E, quotus eſt numerus ternario minutus. Si ergo hoc reſiduum dematur ex duplo rectangulo B E C: exceſſus erit tot rectangula D E C, quotus eſt duplus numerus binario minutus, & tot quadrata C E, quotus eſt numerus vnitate minutus. Cum verò etiam duo rectangula B D C, excederent reſiduum quadratorum C D, tot quadratis C D, quotus eſt numerus vnitate minutus. Et hæc excedant tot rectangula D E C, quotus eſt duplus numerus binario minutus, & tot quadrata C E, quotus eſt numerus vnitate minutus, tot quadratis D E, quotus eſt numerus vnitate minutus (quodlibet quippè quadratum C D, diuiditur in quadrata C E, E D, & in duo rectangula C E D.) Sequitur exceſſum duorum rectangulorum B D C, ſupra reſiduum qua-

dra-



dratorum CD, maiorem fore exceſſu duorum re-ctangulorum BEC, ſupra reſiduum quadratorum CE, tot quadratis ED, quotus eſt numerus vnitate minutus.

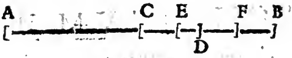
Secetur in F, inter D, B. Cum pariter ſit BD, ad DC, vt numerus binario minutus, ad vnitatem; erit rectangulum ſub BD, CF, æquale tot rectangulus DCF, quotus eſt numerus binario minutus. Et duplum rectangulum ſub BD, CF, erit æquale tot rectangulis DCF, quotus eſt duplus numerus quaternario minutus. Nempe tot rectangulis FDC, & tot quadratis DC, quotus eſt duplus numerus quaternario minutus. Sed duo rectangula BFC, ſunt minora duobus rectangulis ſub BD, CF, duobus rectangulis DFC. Ergo duo rectangula BFC, erunt æqualia tot rectangulis FDC, & tot quadratis DC, quotus eſt duplus numerus quaternario minutus, minus duobus rectangulis DFC. Nempe minus duobus quadratis FD, & duobus rectangulis FDC. Duo ergo rectangula BFC, erunt æqualia tot rectangulis FDC, quotus eſt duplus numerus ſenario minutus; tot quadratis DC, quotus eſt duplus numerus quaternario minutus; minus duobus quadratis DF. A quibus ſi dematur reſi-

duum quadratorum C F: nempe tot quadrata C F, quotus est numerus ternario minutus; quæ sunt æqualia tot quadratis C D, D F, quotus est numerus ternario minutus, & tot rectangulis F D C, quotus est duplus numerus senario minutus. Si duo rectangula B F C, superabunt residuum quadratorum C F, residuum erit tot quadrata C D, quotus est numerus vnitate minutus, minus tot quadratis D F, quotus est numerus vnitate minutus. Ergo minori excessu quam tot quadratatorum C D, quotus est numerus vnitate minutus. Quare minori quantitate quam duo rectangula B D C, excedant residuum quadratorum C D. Ergo excessus illorum rectangulorum erit maximus.

SCHOLIVM I.

Ex progressu demonstrationis quatuor licet animaduertere. Primum est, quod non modò si punctum E, sumatur inter C, D, duo rectangula B E C, superant residuum quadratorum C E, minori quantitate, quam duo rectangula B D C, superent residuum quadratorum C D: sed hanc quantitatem fore tot quadrata D E, quotus est numerus vnitate minutus. Nempe si numerus rectangulorum sit quaternarius, tribus quadratis. Si quinarius, quatuor. Et sic in infinitum.

Et quibus sequitur secundum, hanc differentiam au-



augeri à puncto C, vſque ad D. Quò magis enim punctum F, ſumitur propiùs ipſi D, eò magis quadrata DF, minuuntur: & conſequenter eò maiori quantitate duo rectangula BEC, ſuperant reſiduum quadratorum CE.

Tertium eſt, ſi punctum F, ſumatur inter D, B, non ſolum exceſſum duorum rectangulorum BFC, ſuper reſiduum quadratorum FC (quando tamen ſuperant, non enim hoc ſemper accidit; vt patuit in propoſit.43.) minorem eſſe exceſſu duorum rectangulorum BDC, ſupra reſiduum quadratorum CD: ſed minorem fore tot quadratis DF, quotus eſt numerus vnitate minutus. Nempe ſi rectangula ſunt quatuor, tribus quadratis DF. Si quinque, quatuor: ſi ſex, quinque. Et ſic in infinitum.

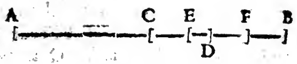
Ex quibus ſequitur quartum, hanc differentiam minui quò magis fit elongatio à D. Nam quadrata DF, creſcunt magnitudine. Et conſequenter maiori quantitate duo rectangula BDC, ſuperant reſiduum quadratorum CD, quam duo rectangula BFC, reſiduum quadratorum CF, quò magis punctum F, ſumitur remotius à D.

SCHO-

SCHOLIVM II.

Tunc ad memoriam reuocetur proposit. 42. In qua fuit ostensum, eadem quantitate differe duo rectangula BDC, à residuo quadratorum CD, qua differunt tot rectangula BDA, secundum numerum non minorem quaternario accepta, vna cum quadrato DA, à tot quadratis CB, quotus est numerus rectangulorum vnitate auctus. Poterimus ergo consequenter ad hæc elicere sequentes regulas generales instituti nostro inseruientes, quarum.

Prima est. Quod si qualibet recta linea secetur bifariam in C, & sic in D, vt CD, sit ad DB, vt binarium, ad numerum ternario minorem numero rectangulorum (qui numerus rectangulorum haud sit minor quaternario.) Tot rectangula BDA, cum quadrato DA, erunt æqualia tot quadratis CB, quotus est numerus rectangulorum vnitate auctus. V. g. si rectangula BDA, sint quatuor: si CD, sit ad DB, vt 2. ad 1. Quatuor rectangula BDA, cum quadrato DA, erunt æqualia quinque quadratis CB. Si numerus rectangulorum BDA, sit quinarius, & sit CD, ad DB, vt 2. ad 2. Quinque rectangula BDA, cum quadrato AD, æquabuntur sex quadratis CB. Et sic in infinitum. Si accipiatur punctum E, inter C, D. Rectangula BEA, cum quadrato EA, sunt maiora tot quadratis CB, quotus est numerus rectangulorum vnitate auctus. Si verò



verò accipiatur punctum F, inter D, B. Ista rectangula BFA, cum quadrato FA, minora erunt illis quadratis CB. Hæc generalis regula deducitur ex proposit. 43.

Secunda est. Quod si datis ijsdem, CB, sit sic secta in D, vt sit CD, ad DB, vt vnitas ad numerum rectangulorum BDA (qui nunquam debet esse minor quaternario) binario minutum. Illa rectangula BDA, cum quadrato DA, superabunt illa quadrata CB, tot quadratis CD, quotus est numerus rectangulorum vnitate minutus. E. g. si numerus rectangulorum BDA, sit quaternarius. Quatuor rectangula BDA, cum quadrato DA, superabunt quinque quadrata CB, tribus quadratis CD. Sic quinque rectangula BDA, cum quadrato DA, superabunt sex quadrata DA, quatuor quadratis CD. Et sic in infinitum, Hæc regula eruitur ex proposit. 44.

Tertia est. Quod si fiant, quæ in antecedenti regula. Illa rectangula BDA, cum quadrato DA, superabunt hæc quadrata CB, maiori excessu, quam si sectio fieret in quolibet puncto tam inter C, D, quam inter D, B. V. g. quatuor rectangula BDA, cum quadrato DA, excedent quinque quadrata

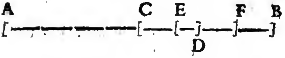
CB,

CB, excessu maiori, quam superent quatuor rectangula BEA, cum quadrato AE: vel quatuor rectangula BFA, cum quadrato FA, eadem quinque quadrata CD. Et sic de alijs. Quæ regula emanat ex proposit. præsenti. Sicuti ex schol. primo, fluit. Excessum, quò excessus rectangulorum BDA, cum quadrato DA, excedit excessum rectangulorum BEA, cum quadrato AE, dicta quadrata CB; esse tot quadrata ED, quotus est numerus rectangulorum vnitate minutus. Hocque fluit ex numero primo dicti schol. sicuti ex numero tertio eiusdem, habetur, quod dictus excessus supra excessum rectangulorum BFA, cum quadrato FA, erit æqualis tot quadratis DF, quotus est numerus rectangulorum vnitate minutus.

Quarta est, quæ elicitur ex numeris secundo, & quarto schol. citati, quod quò magis punctum E, sumitur propiùs ipsi D; eò maiora fiant illa rectangula BEA, cum quadrato EA, vsque dum attingitur punctum D, in quo rectangula BDA, cum quadrato DA, sunt maxima. A' puncto verò D, vsque ad B, rursum decrescunt.

Quinta ergo regula generalis, & generalissima est. Quod si quælibet linea AB, secetur in duobus quibuslibet punctis D, C. Semper rectangulum BDA, cum quadrato AD, maius erit rectangulo BCA, cum quadrato AC. Item duo rectangula BDA, cum quadrato DA, maiora erunt duobus rectangulis BCA, cum quadrato CA.

Si



Si verò BD, sit quarta pars BA. Tria rectangula BDA, cum quadrato AD, erunt maxima omnium, quæ fiunt ex sectione AB, in quolibet puncto. V.g. sunt maiora tam tribus rectangulis BCA, cum quadrato AC, quam tribus rectangulis BFA, cum quadrato AF. Si verò inter D, A, sumantur duo puncta C, & E. Maiora erunt tria rectangula BEA, cum quadrato EA, tribus rectangulis BCA, cum quadrato CA. E' contra verò, si v.g. supponeretur esse BE, quartam partem BA, & acciperentur duo puncta F, D. Tria rectangula BFA, cum quadrato FA, minora essent tribus rectangulis BDA, cum quadrato DA. Quæ omnes doctrinæ desumuntur ex proposit. 41. & ex suo scholio.

Si autem AB, sit secta bifariam in C, & sic in D, vt sit CD, ad DB, vt vnitas ad numerum non minorem quaternario, sed binario minutum; vel sic vt sit AD, ad DB, vt numerus non minor quaternario, ad dictum binario minutum (idem namque est; cum enim sit CD, ad DB, vt vnitas ad numerum non minorem quaternario binario minutum; erit componendo, CB, ad BD, vt numerus non minor quaternario vnitate minutus, ad dictum binario minutum. Et AB, dupla BC, erit ad DB, vt duplus

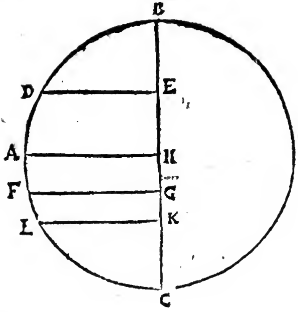
R nume-

numerus non minor quaternario binario minutus, ad numerum binario minutum. Et diuidendo, erit AD, ad DB, vt numerus non minor quaternario, ad numerum binario minutum.) Erunt tot rectangula BDA, quotus est numerus firmatus, vna cum quadrato DA, maxima omnium. Si verò inter A, D, accipiatur quodlibet punctum E. Vtique tot rectangula BEA, cum quadrato EA, erunt minora illis rectangulis BDA, cum quadrato DA; sed cò minus, quò punctum E, fuerit propiùs ipsi D. Sicuti etiam sumpto puncto quolibet F, inter D, B. Vtique rectangula BFA, cum quadrato FA, sunt minora rectangulis BDA, cum quadrato AD; sed cò magis, quò punctum F, sumptum fuerit remotiùs à D. A' puncto ergo A, vsque ad D, fit augmentum illorum rectangulorum cum quadrato. A' puncto verò D, vsque ad B, minutio, seù decrementum. Has omnes doctrinas hauriet lector ex proposit. 40. & ex explicatis in scholijs antecedentibus.

SCHOLIVM III.

Nunc consideremus circulum, cuius diameter BC, in quo accipiantur v. g. puncta K, G, à quibus ducantur ordinatim applicatæ LK, GF. Cum rectangula CkB, CGB, æqualia sint quadratis Lk, GF: quæcunque dicta sunt de illis rectangulis CkB, CGB, verificabuntur etiam de illis quadratis

Lk,



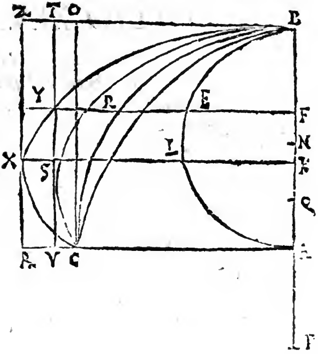
Lk, vel GF. V.g, quoniam ſupra deductum fuit, quod ſi Ck, eſſet quarta pars CB, tria rectangula CKB, cum quadrato KB, erant maxima omnium; nempe maiora tribus rectangulis CGB, & quadrato GB. Sic verum erit tria quadrata Lk, cum quadrato kB, eſſe omnium maxima. Et conſequenter maiora tribus quadratis GF, cum quadrato GB. Et quibuſuis alijs. Hæc facilè percipientur ex dictis.

SCHOLIVM IV.

Modò deueniatur ad principaliter intentum; nem-

pe ad genesim infinitorum solidorum ex sphæra deductorum; nempe ad ipsa conicoidea secundæ speciei: & omittendo primum, & secundum, quæ aliquandò constarunt esse conoides parabolicum, & sphæram, consideremus cætera. Hæc conicoidea, seù semifiguræ genitrices ipsorum supponuntur produci ex reduplicatione quadratorum sinuum rectorum circuli tot numero quot est numerus conicoidis, cum quadrato sagittæ. V.g. quadrata ordinatim applicatarum in conicoide tertio, S k, R F, supponuntur æqualia tribus quadratis L K, & quadrato k B; & tribus quadratis E F, & quadrato F B. Quæcunque ergo suprà dicta fuerunt de ipsis quadratis sinuum rectorum, & versorum circuli, verificabuntur de ipsis ordinatim applicatis harum semifigurarum. Ergo in alijs conicoideidibus primo, & secundo excepto, ordinatim applicatæ non crescunt vsque ad C A; sed augentur vsque ad aliquod punctum B A, putà ad k, à K, verò vsque ad A, rursum minuuntur. Quod si oporteat scire vsque ad quam ordinatim applicatam crescant hæ. Fiet satis dicendo, ipsas magis magisque crescere vsque ad ordinatim applicatam à tali puncto k, quod diuidat A F, dimidiam B A, vt F k, sit ad K A, vt vnitas ad numerum conicoidis binario minutum. V.g. in tertio conicoide, vt 1. ad 1. In quarto, vt 1. ad 2. In quinto, vt 1. ad 3. Et sic in infinitum. Vel, quod sic diuidat B A, vt sit B k, ad k A, vt numerus conicoidis, ad numerum binario minutum. Crescunt ergo,

& au-



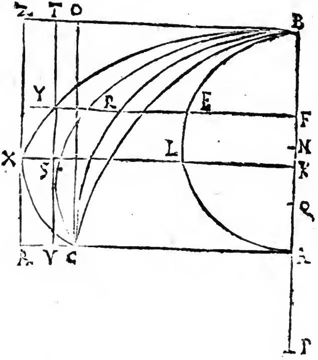
& augentur ordinatim applicatæ à puncto B, vſque ad k; minuuntur verò à puncto k, vſque ad A, ſic tamen, vt ſumptis punctis æquè remotis à K, ordinatim applicatæ ſint æquales. Hæc omnia nullo negotio percipientur optimè intellectis ſupra explicatis.

PROPOSITIO XLVI.

Qualibet semifigura genitris cuiuscunque conicoidis, prima, & secunda excepta, est semiportio maior ellipsis, cuius semiaxes coniugati; minor, portio maior axis conicoidis sic diuisi, vt pars ad verticem sit ad reliquam, vt numerus conicoidis ad numerum hunc binario minutum; maior verò ordinatim applicata ab hoc puncto, cuius quadratum se habebit ad quadratum semiaxis minoris, vt numerus conicoidis vnitate minutus, ad vnitatem.

ESto ergo CSBA, quælibet semifigura genitrix cuiuscunque conicoidis (prima, & secunda excepta, quæ iam ostensæ fuere semiparabola quadratica, & circuli quadrans) & sit sic diuisa BA, in k, vt sit Bk, ad kA, vt numerus conicoidis, ad numerum binario minutum. Nempe in tertio, vt 3. ad 1. Vt 4. ad 2. in quarto, &c. Dico CSBA, esse portionem maiorem ellipsis, cuius coniugati semiaxes Bk, minor, Sk, maior. Et esse quadratum Sk, ad quadratum Bk, vt numerus vnitate minutus ad vnitatem. Fiat kP. æqualis Bk. Quoniam est BK, æqualis kP, & Bk, est ad kA, vt numerus ad numerum binario minutum; erit semper AP, talium binarium. Et BA, erit ad AP, vt duplus numerus binario minutus, ad binarium. Cumque CA, sit æqualis AB: & quadratum CA, sit æquale quadra-

to

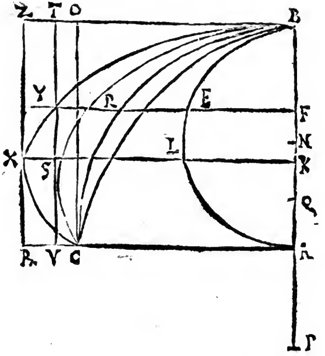


to BA: & quadratum BA, ſit ad rectangulum PAB (propter commune latus BA) vt BA, ad AP. Erit quadratum CA, ad rectangulum PAB, vt duplus numerus binario minutus, ad binarium. Nempe vt horum dimidia; ſcilicet vt numerus vnitate minutus, ad vnitatem. Tunc accipiatur vbilibet punctum F, per quod ordinatim applicetur FR. Quoniam quadratum RF, eſt æquale tot quadratis EF, ſeù tot rectangulis AFB, quotus eſt numerus conicoidis, vna cum quadrato FB: & quadratum

FB,

FB, cum vno rectangulo AFB, facit vnum rectangulum ABF. Ergo quadratum RF, erit etiam æquale tot rectangulis AFB, quotus est numerus conicoidis vnitate minutus, & rectangulo ABF. Cum verò sit, vt supra dictum est, BA, ad AP, vt duplus numerus binario minutus, ad binarium: nempe, vt numerus vnitate minutus, ad vnitatem. Et cum sit vt BA, ad AP, sic rectangulum ABF, ad rectangulum sub AP, & sub BF. Erit rectangulum ABF, ad rectangulum sub AP, & sub BF, vt numerus vnitate minutus ad vnitatem. Sed sunt etiam tot rectangula AFB, quotus est numerus vnitate minutus, ad vnicum rectangulum AFB, vt numerus vnitate minutus, ad vnitatem. Ergo vt numerus vnitate minutus ad vnitatem, sic tot rectangula AFB, quotus est numerus vnitate minutus, vna cum rectangulo ABF (nempe quadratum RF) ad rectangula sub PA, FB; & AFB: nempe ad rectangulum PFB. Sed sic etiam supra probatum est esse quadratum CA, ad rectangulum PAB. Ergo erit vt quadratum CA, ad rectangulum PAB, sic quadratum RF, ad rectangulum BFP. Et permutando, vt quadratum CA, ad quadratum RF, sic rectangulum PAB, ad rectangulum PFB. Ergo CSBA, erit portio maior semiellipsis. Patet ergo primum. Secundum autem iam patet ex dictis. Quia quadratum Sk, se habet ad rectangulum BkP, nempe ad quadratum BK, vt numerus vnitate minutus ad vnitatem.

SCHO-



SCHOLIVM.

Patet ergo hæc infinita conicoidea esse segmenta, seù portiones maiores sphæroidum, primo, & secundo excepto. Cum ergo supra per analogiam ad sphæram deductæ fuerint mensuræ, & centra grauitatis omnium talium portionum, earumque segmentorum. Ex dictis regulis generalibus poterunt hæc deduci. Sed cum hæc conicoidea sint portiones parti-

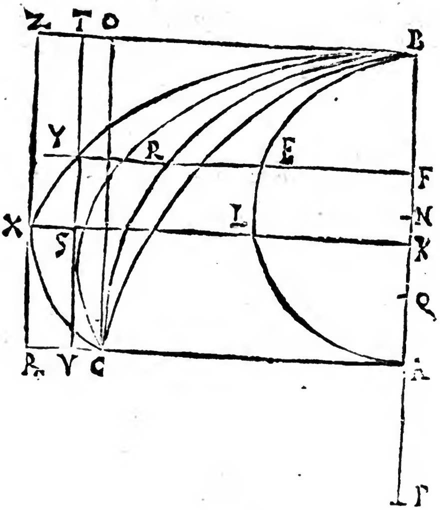
culares sphæroidum; non erit inutile hæc deducere ex regulis particularibus vtique, sed generalibus omnibus conicoidibus.

PROPOSITIO XLVII.

Cylindrus circumscriptus cuilibet conicoidi genito ex semiportione ellipsis, est ad ipsum, vt tot rectangula sub numero, & sub numero binario minuto quotus est numerus, vna cum quadrato numeri, ad tot sextantes quadrati dupli numeri binario minuti, quotus est numerus conicoidis binario auctus.

ESto ergo conicoidi ex CXBA, circumscriptus cylindrus ex rectangulo ZA. Dico hunc esse ad conicoides, in dicta ratione. Nam intellecto etiam cylindro ex OA, circumscripto conicoidi primo; erit cylindrus ex ZA, ad cylindrum ex OA, vt quadratum Xk, ad quadratum CA, seù BA. Nempe, vt tot quadrata Lk, seù tot rectangula AkB, quotus est numerus conicoidis, vna cum quadrato kB, ad quadratum BA. Sed ex propofit. 39. est cylindrus ex OA, ad ipsum conicoides, vt quadratum AB, ad tot sextantes quadrati AB, quotus est numerus conicoidis binario auctus. Ergo ex æquali, erit cylindrus ex ZA, ad conicoides, vt tot rectangula AkB, quotus est numerus conicoidis, vna cum quadrato kB, ad tot sextantes quadrati AB, quotus est numerus conicoidis binario

au-



auctus. Sed A k, eſt numerus binario minutus; k B, eſt numerus; & A B, eſt duplus numerus binario minutus. Ergo erit cylindrus ad conicoides vt explicatum eſt. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed in numeris quilibet aſſignare poterit talem proportionem. V.g. in tertio, in quo A k, eſt 1: K B. 3. & B A. 4. Tria rectangula A K B, 9. Qua-

dratum KB, pariter 9. & tria rectangula AKB, cum quadrato KB, 18. Quadratum AB, 16. cuius quinque sextantes, 13. cum duobus sextantibus. Erit ergo cylindrus ad tertium conicoides vt 18. ad 13. cum duobus sextantibus. Nempe vt 27. ad 20. Quod etiam deductum fuit in proposit. 29.

In quarto conicoide, AK, est 2. KB, 4. AB, 6. Quatuor rectangula AKB, 32. Quadratum KB, 16. Tria rectangula AKB, cum quadrato KB, 48. Quadratum AB, 36. Cui æquale sex eius sextæ. Ergo cylindrus ad conicoides quartum vt 48. ad 36. Nempe vt 4. ad 3. Quod etiam collectum fuit in proposit. 36.

In quinto AK, est 3. KB, 5. DA, 8. Quinque rectangula AKB, 75. Quadratum KB, 25. Quinque rectangula AKB, cum quadrato KB, 100. Quadratum AB, 64. Septem eius sextantes 74. $\frac{2}{3}$. Ergo erit cylindrus ad conicoides quintum, vt 100, ad 74 $\frac{2}{3}$. Et sic in alijs.

PROPOSITIO XLVIII.

Centrum grauitatis cuiuscunque conicoidis geniti ex semiportione ellipsis sic diuidit eius axim, vt pars ad verticem sit ad reliquam, vt numerus ternario auctus, ad numerum vnitate auctum.

Diuidatur BA, bifariam in F, & rursum FA, bifariam in Q. Ergo ex schol. pri. proposit. 38. F, erit

F, erit centrum grauitatis cuiuscunque conicoidis, dempto ab ipso excessu conicoidis primi supra sphæram. Cuius excessus erit ex schol. 3. proposit. 1. Q, centrum grauitatis. Sit ergo FN, ad NQ, reciprocè, vt excessus conicoidis primi supra sphæram, ad reliquum conicoidis dempto ab ipso dicto excessu. Erit N, centrum grauitatis totius conicoidis. Sed ex schol. 4. proposit. 38. est excessus conicoidis primi supra sphæram, ad reliquum cuiuscunque conicoidis, vt binarium ad numerum conicoidis. Erit etiam FN, ad NQ, vt binarium ad numerum conicoidis. Et componendo, erit FQ, ad NQ, vt numerus conicoidis auctus binario, ad numerum conicoidis. Et BA, quadrupla FQ, erit ad NQ, vt quadruplus numerus conicoidis octonario auctus, ad numerum conicoidis. Sed est etiam BA, ad AQ, vt quadruplus numerus octonario auctus, ad numerum binario auctum. Ergo erit BA, ad AN, vt quadruplus numerus octonario auctus, ad duplum numerum binario auctum. Quare diuidendo, erit BN, ad NA, vt duplus numerus senario auctus, ad duplum numerum binario auctum. Nempe vt numerus ternario auctus, ad numerum vnitate auctum. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Sed cum etiam in primo conicoide, nempe in conoide parabolico, sit BN, ad NA, vt 2. ad 1.

Nem-

Nempe vt 4. ad 2. Nempe vt numerus ternario auctus, ad numerum vnitate auctum. Et pariter in secundo conicoide, nempe in hemisphærio ex quadrante CGBA, sit BN, ad NA, vt 5. ad 3. Nempe vt numerus ternario auctus, ad numerum vnitate auctum. Vniuersaliter verum erit in quocunque conicoide secundæ speciei sic diuidi eius axim ab eius centro grauitatis, vt pars ad verticem sit ad reliquam, vt numerus conicoidis ternario auctus, ad numerum vnitate auctum.

SCHOLIVM II.

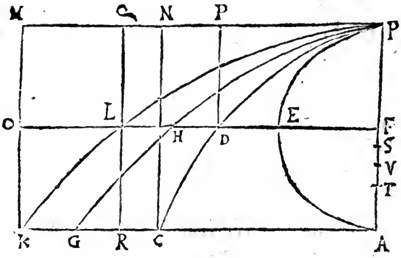
Vt licuit animaduertere ex hucusque dictis, considerauimus genera bina infinitarum figurarum, & infinitorum solidorum, quæque ortum duxerunt ex infinita replicatione, seù additamento quadratorum vel sinuum rectorum, vel sinuum versorum arcuum semicirculi. Et quidem si additio erat quadratorum sinuum versorum, oriebantur infinita conicoidea primæ speciei, quæ omnia erant conoidea hyperbolica. Si verò addebantur quadrata sinuum rectorum, consurgebant conicoidea infinita secundæ speciei, quæ omnia patefacta fuere esse portiones sphæroidum, primo duntaxat secluso, quod est hemisphærium. Nunc breuiter quoad fieri poterit alia solida infinita procreabimus, quæ consurgent ex combinatione quadratorum arcuum semicirculi cum quadratis sinuum rectorum, & versorum eorundem. Et qui-

quidem omnium horum ſolidorum menſuræ, & centra grauitatis paruo labore innoteſcent: at ipſorum natura nobis eſt abdita.

Cogitandum eſt ergo ad modum ſuperiorum, AEB, eſſe ſemicirculum, & CDBA, eſſe ſemiparabolam quadraticam, cuius baſis CA, æquetur diametro AB, vt quadratum cuiuſcunque ordinatim applicatæ DF, æquetur quadrato chordæ BE, ſeù quadratis EF, FB, ſinuum recti, & verſi arcus EB; intelligamus AC, ſit produci ad G, vt differentia quadratorum GA, AC, æquetur quadrato circumferentiæ BEA, in directum porrectæ: item FD, ſic productam ad H, vt differentia quadratorum HF, FD, ſit æqualis quadrato arcus BE, vt quadratum HF, ſit æquale tribus quadratis ſimul arcus BE, ſinus recti EF, & ſinus verſi BF. Et ſic de alijs: ac per extremitates ipſarum tranſeat curua GHB. Hæc erit ſemifigura ad partes B, deficiens: quia DF, alijſque ordinatim ductis in ſemiparabola, adduntur DH, GC, quæ creſcunt ſecundum quod fit elongatio à puncto B, vt tutè patet, cum augeantur etiam arcuum quadrata.

Eodem pacto continuanda eſt productio concipiendo AG, FH, cæteraſque ordinatim applicatas extendi ad k, L, &c. tali legi, vt differentiæ quadratorum LF, FH, KA, AG, &c. extent æquales quadratis arcuum BE, BEA, &c. & per extremitates applicatarum ordinatim tranſire curuam kLB. Sicque concipiendum eſt procedere in alijs.

Ità



Ità habebimus infinitas semifiguras deficientes ad partes B, quarum communis axis BA, bases verò erunt diuersæ. Quæ si intelligantur rotari circa BA: infinita gignent solida, quorum omnius indagare licebit mensuram, & centrum grauitatis. Quod antequam fiat palam.

Considerandum est, excessum cuiuscunque solidi supra sibi proximè minus, æqualem fore excessui supra sibi quoque proximè minus. V.g. excessus solidi ex KLBA, supra solidum ex GHBA, est æqualis excessui solidi ex GHBA, supra solidum ex CDBA: hocque verificatur tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Quod patet ex genesi figurarum. Etenim quum vbique

acta

acta FL, parallela kA, sit differentia quadratorum LF, FH, æqualis differentiæ quadratorum HF, FD. Erit etiam armilla circularis ex LH, ęqualis armillæ circulari ex HD. Et hoc vbique. Excessus ergo cuiuslibet horum solidorum supra conoides ex CDBA, erit tam multiplex excessus GHBA (quod est primum solidum) supra idem conoides, sicuti est multiplex numerus solidorum vnitatis.

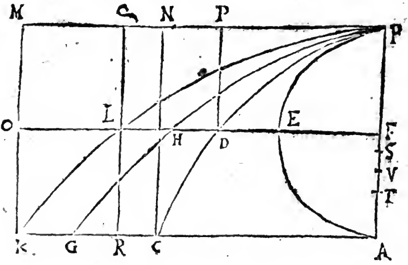
Insuper patet, quod idem erit centrum grauitatis excessus cuiuscunque solidi supra conoides, ac vnius, plurium &c. & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. His explicatis sit.

PROPOSITIO XLIX.

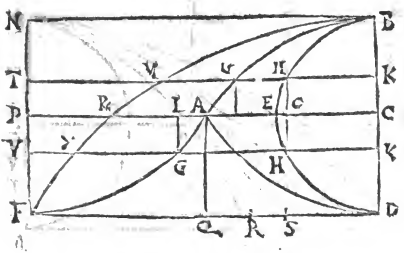
Excessus primi conicoidis tertiæ speciei supra conoides parabolicum, est æqualis tam secundum totum, quam secundum partes proportionales solido ex prima quarta Lilij vngularis rotata circa basim, quæ sit æqualis axi conicoidis.

SOlida hæc infinita iuxta normam superiorum (quamuis fortè minus propriè) vocabuntur conicoidea tertiæ speciei. Sit ergo primum conicoides, quod gignitur ex GHBA, & FABD, sit prima quarta Lilij vngularis, cuius basis BD, sit æqualis BA, axi conicoidis (hanc quartam luculenter explicatam reperies in nostro tractatu de superficie vngu-

 læ.)



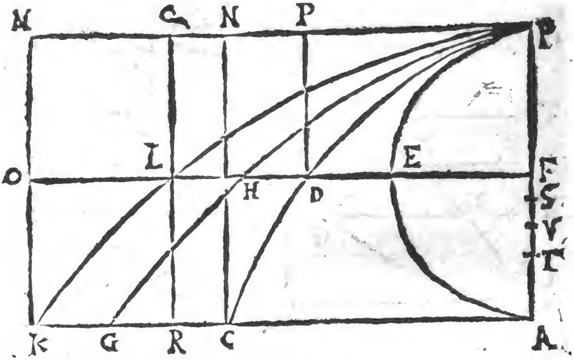
læ.) Dico, quod excessus conicoidis supra conoides ex CDBA, est æqualis tam secundum totum, quam secundum partes proportionales solido ex quarta FABD, rotata circa basim BD. Namque si BA, BD, secentur æqualiter in punctis F, & C, & ordinatim applicentur FH, CA. Ex dictis passim in illo tractatu de superficie vngulæ, vbicunque ducatur AC, semper est æqualis arcui EHB. Quare etiam quadratum AC, erit æquale quadrato arcus EHB, in figura quartæ; seu arcus EB, in figura conicoidis. Nempe differentiæ quadratorum HF, FD. Quare etiam circulus radij AC, erit æqualis armillæ ex HD, circa BA. Sed hoc vbique. Ergo etiam solida erunt æqualia tam secundum



dum totum, quam ſecundum partes proportionales. Quod &c.

SCHOLIVM.

Cumque exceſſus cuiuſcunque ſolidi ſupra proximum minus ſit æqualis exceſſui primi ſupra conoides. Etiam quilibet horum exceſſuum erit æqualis ſolido ex illa quarta tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Vndè ſi B A, B D, ſecentur bifariam in F, C: ſolidum ex H B D, vel ex L B H, vel ex alijs exceſſibus, erit æquale ſolido ex ſuperficie vngulæ A B C, reuoluta circa baſim B C. Pariter ſolidum ex H G C D, erit æquale ſolido ex F A C D.

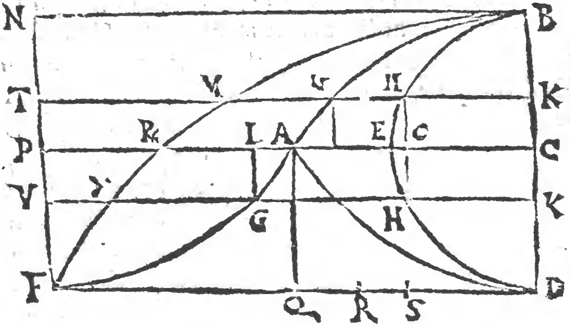


Insuper cum dicta solida sint proportionaliter analoga: eorum centra grauitatis secabunt BD, BA, proportionaliter. Cumque ex proposit. 29. tract. de Superficie Vngulæ habeamus in BD, centrum grauitatis solidi ex quarta FABD: habebimus etiam in BA, centrum grauitatis excessus conicoidis ex GHBA, supra conoides ex CDBA: & non modò huius excessus, sed vniuscuiusque sigillatim, omniumque simul.

PROPOSITIO L.

Cylindrus circumscriptus cuilibet conicoidi tertiæ speciei, est ad ipsum, vt tòt quadrata peripheriæ semicirculi quotus est

est numerus conicoidis, vna cum quadrato diametri, ad tot quadrata arcus quadrantis, quotus est duplus numerus conicoidis, minus tot quadratis semidiametri, quotus est dictus duplus numerus binario minutus.



ESto conicoides quodlibet, quod gignitur ex kLBA, cum cylindro & rectangulo MA, semifiguræ circumscripto. Dico esse cylindrum ad solidum in dicta ratione. Nempe in primo, vt quadratum peripheriç BEA, vna cum quadrato BA, ad duplum quadratum arcus quadrantis. In secundo, vt duplum quadratum BEA, cum quadrato BA, ad quadruplum quadratum arcus quadranti, minus duplo quadrato semidiametri. In tertio, vt triplum quadratum BEA, cum quadrato BA, ad sextu-

sextuplum quadratum arcus quadrantis, minus quatuor quadratis semidiametri. Et sic in infinitum.

Cylindrus ex M A, ad excessum solidi, ex k L B A, supra conoides ex C D B A, habet rationem compositam ex ratione ipsius ad cylindrum ex N D, circumscriptum solido ex prima quarta Lilij vngularis F A B D, reuoluta circa B D; huius ad solidum ex dicta quarta; & huius ad dictum excessum. Cylindrus ex M A, ad cylindrum ex N D, est vt quadratum K A, ad quadratum F D. Hic cylindrus ad solidum ex quarta est ex proposit. 26. de Superfic. Vngulæ, vt dimidium quadrati F D, æqualis peripheriæ B E D, ad quadratum arcus quadrantis Q D, minus quadrato semidiametri: nempe vt quadratum F D, ad duplum quadratum Q D, minus duplo quadrato semidiametri. Solidum ex quarta est ad excessum solidi ex K L B A, supra conoides, ex dictis, vt vnitas ad numerum solidi: nimirum vt duo quadrata arcus quadrantis minus duobus quadratis semidiametri, ad tot quadrata arcus quadrantis, minus tot quadratis semidiametri; quotus est duplus numerus conoidis. Ergo ex æquali, erit cylindrus ex M A, ad excessum solidi supra conoides, vt quadratum k A, (quod æquatur tot quadratis B E A, quotus est numerus conicoidis, & quadrato B A) ad tot quadrata arcus quadrantis, minus tot quadratis semidiametri, quotus est duplus numerus. Pariter cylindrus ex M A, est ad conoides ex C D B A, vt quadratum k A, ad dimidium quadrati C A,

(quia

(quia conoides ſubduplum cylindri ex NA) ſeù BA: nempe ad duplum quadratum ſemidiametri. Ergo colligendo ambo conſequentia, erit cylindrus ex MA, ad ſolidum ex kLBA, vt quadratum kA, ſeù tot quadrata BEA, quotus eſt numerus ſolidi, vna cum quadrato BA, ad tot quadrata arcus quadrantis quotus eſt duplus numerus conicoidis, minus tot quadratis ſemidiametri, quotus eſt dictus duplus numerus binario minutus. Quod &c.

COROLLARIVM.

Ergo exceſſus conicoidis ſupra conoides erit ad ipſum, vt tot quadrata arcus quadrantis quotus eſt duplus numerus conicoidis, minus tot quadratis ſemidiametri, ad duplum quadratum ſemidiametri. Patet ex progreſſu demonſtrationis.

SCHOLIVM.

In ijs, quæ de Superficie Vngulæ conſcripſimus, non aſſignauimus rationes cylindrorum circumſcriptorum, nec ſegmentis ad verticem, nec ad baſim ſolidi ex prima quarta Lilij vngularis reuoluta circa baſim; ideò ex illis haud licet tradere rationes cylindrorum circumſcriptorum ſegmentis prędictorum ſolidorum ad verticem, & ad baſim. Solum hæ rationes ſunt aſſignabiles quandò axis ſolidi ad verticem eſt medietas axis totius. Pro quo ſit.

PRO-

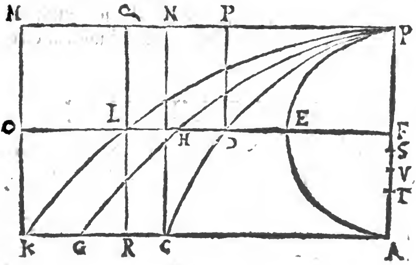
PROPOSITIO LI.

Si BF, sit dimidia BA, & FL, sit parallela KA, & QF, sit rectangulum circumscriptum semifiguræ ad verticem LBF. Cylindrus ex QF, erit ad solidum ex LBF, vt tot quadrata arcus quadrantis quotus est numerus conicoidis, vna cum duplo quadrato semidiametri, ad tot rectangula sub excessu arcus quadrantis supra semidiametrum, & sub semidiametro quotus est duplus numerus conicoidis, vna cum quadrato semidiametri.

NEmpe in primo, vt quadratum arcus quadrantis cum duobus quadratis semidiametri, ad duplum dictum rectangulum cum quadrato semidiametri. In secundo, vt duplum quadratum arcus quadrantis cum duplo quadrato semidiametri, ad quadruplum dictum rectangulum, cum quadrato semidiametri. Etc.

Namque intellecto in altero schemate rectangulo circumscripto superficiei vngulæ ABC; cylindrus ex QF, est ad cylindrum ex dicto rectangulo rotato circa BC, vt quadratum LF, ad quadratum AC. Hic cylindrus ad solidum ex superficie vngulæ ABC, rotata circa basim BC, est ex proposit. 23. de Superficie Vngulæ, vt dimidium quadrati arcus quadrantis AC, ad rectangulum sub excessu AC, supra semidiametrum, & sub semidiametro: nempe

vt



vt quadratum A C, ad duplum dictum rectangulum. Solidum ex A B C, dictum, est ad solidum ex L B D, vt vnitas ad numerum conicoidis: nempe vt duplum dictum rectangulum, ad tot, quotus est duplus numerus. Ex ęquali ergo, erit cylindrus ex QF, ad solidum ex L B D, vt quadratum L F, ad illa rectangula &c. Pariter idem cylindrus ex QF, est ad conoides ex D B F, subduplum cylindri ex P F, vt quadratum L F, ad dimidium quadrati D F; nempe ad quadratum semidiametri. Ergo cylindrus ex QF, erit ad totum solidum ex L B F, vt quadratum L F (quod ex genesi solidorum constat æquale tot quadratis B E, arcus quadrantis, quotus est numerus conicoidis, & quadrato D F, quod est

V du-

duplum quadrati semidiametri) ad tot rectangula sub excessu arcus quadrantis supra semidiametrum, & sub semidiametro quotus est duplus numerus conicoidis, vna cum quadrato semidiametri. Quod &c.

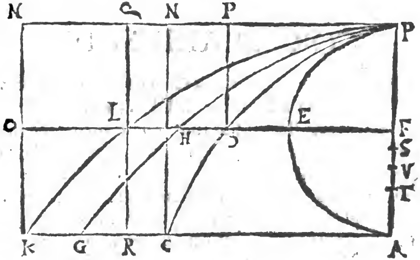
COROLLARIVM I.

Ergo cylindrus ex QA, circa BA, duplus cylindri ex QF, erit ad solidum ex LBF, vt duplum antecedentis ad idem consequens: vel vt idem antecedens ad dimidium consequentis. Nempe vt tot quadrata arcus quadrantis quotus est numerus conicoidis, vna cum duplo quadrato semidiametri, ad tot illa rectangula quotus est numerus, vna cum dimidio quadrati semidiametri.

COROLLARIVM II.

Ergo cylindrus ex MA (qui est ad cylindrum ex QA, vt quadratum kA, ad quadratum RA, seù LF: nempe vt tot quadrata arcus semicirculi BEA, quotus est numerus, vna cum quadrato diametri BA, ad tot quadrata arcus quadrantis, quotus est numerus vna cum duplo quadrato semidiametri) erit ad solidum ex LBF, vt idem antecedens, nempe vt tot quadrata arcus BEA, quotus est numerus, cum quadrato BA, ad tot rectangula sub excessu arcus quadrantis supra semidiametrum,

& sub



& sub semidiametro quotus est numerus, vna cum dimidio quadrati semidiametri.

COROLLARIVM III.

Ergo solidum totum ex kLBA. Quod ex propofit. 50. est ad cylindrum ex MA, vt tot quadrata arcus quadrantis, quotus est duplus numerus conicoidis, minus tot quadratis semidiametri quotus est dictus duplus numerus binario minutus, ad tot quadrata arcus semicirculi quotus est numerus, vna cum quadrato diametri, erit ex æquali, ad conicoides ad verticem ex LBF, vt hæc eadem plana, ad tot rectangula sub excessu arcus quadrantis supra

semidiametrum, & sub semidiametro quotus est numerus, vna cum dimidio quadrati semidiametri.

COROLLARIVM IV.

Ergo per conuersionem rationis, erit solidum ex k L B A, ad solidum ex K L F A, vt idem antecedens, ad excessum ipsius supra consequens. Nempe vt tot quadrata arcus quadrantis quotus est duplus numerus, minus tot quadratis semidiametri quotus est idem duplus numerus binario minutus, ad tot quadrata excessus arcus quadrantis supra semidiametrum quotus est duplus numerus, vna cum tot rectangulis sub dicto excessu, & sub semidiameter quotus est triplus numerus, vna cum sesquialtero quadrati semidiametri.

COROLLARIVM V.

Ergo cylindrus ex O A, subduplus cylindri ex M A, erit ad solidum ex segmento ad basim ex k L F A, vt tot quadrata arcus quadrantis quotus est duplus numerus, vna cum duplo quadrato semidiametri, ad tot quadrata excessus arcus quadrantis supra semidiametrum quotus est duplus numerus, vna cum tot rectangulis sub dicto excessu, & sub semidiametro quotus est triplus numerus, simul cum sesquialtero quadrati semidiametri.

PRO-

PROPOSITIO LII.

Cuiuscunque conicoidis tertiæ speciei centrum grauitatis assignare in axi.

CViuscunque conicoidis ex kLBA, poteſt in BA, centrum grauitatis aſſignari. Nam exceſſus ipſius ſupra conoides eſt proportionaliter analogus cum ſolido ex prima quarta Lilij vngularis reuoluta circa baſim. Centrum autem huius ſolidi quomodò inueniatur traditum fuit in propoſit. 29. de Superf. Vngulæ, ſit ergo ſecta BA, bifariam in F, & ſit S, centrum grauitatis exceſſus conicoidis ſupra conoides: ſit AT, duæ tertiæ AF, ſeù vna tertia AB. Ergo erit T, centrum grauitatis conoidis. Si ergo diuidatur ſic ST, in V, vt ſit SV, ad VT, vt duplum quadratum ſemidiametri, ad tot quadrata arcus quadrantis quotus eſt duplus numerus, minus tot quadratis ſemidiametri: nempe ex coroll. propoſit. 50. reciprocè, vt conoides ad exceſſum conicoidis ſupra ipſum. Erit punctum V, centrum quæſitum.

SCHOLIVM.

Omnium ergo prædictorum conicoideorum tertiæ ſpeciei habemus menſuras, ac in illorum axibus centra grauitatis. Sed alia ſymptomata ipſorum ſunt

sunt nobis abscondita. Possunt ergo figuræ horum genitrices seponi cum ijs, quas geometris contemplandas proposuimus, & in nostro Miscellaneo Geometrico, & in alijs nostris operibus.

Ast non erunt his absimiles eæ, quæ statim proponentur. Alio pacto consideranda est productio aliarum infinitarum semifigurarum, nimirum semoto medio conoide parabolico quadratico. Concipiendum est ergo B E A, esse semicirculum vt prius, in schemat. supra posito, & A C, ęqualem fore circumferentiæ B E A; quadratum G A, ęquale fore duobus quadratis circumferentiæ B E A; k A, tribus, & sic in infinitum; item sinum F E, sic produci ad D, vt quadratum D F, sit ęquale quadratis arcus B E, & E F; sic ad H, vt quadratum H F, sit ęquale duobus quadratis B E, & quadrato E F; sic ad L, vt quadratum L F, ęquetur tribus quadratis B E, & quadrato E F; & sic in infinitum: & quod dictum est de sinu E F, intelligatur de omnibus sinibus parallelis F E: intelligamus autem per extremitates linearum transire curuas C D B, G H B, K L B, & reliquas, vt prius. Hoc pacto denuò habebimus, alias nouas semifiguras infinitas C D B A, G H B A, k L B A, &c. Quæ omnes pariter erunt deficientes ad partes B, ac si rotentur circa B A, habebimus solidorum genitorum mensuras, & in B A, centra grauitatis.

Sed etiam in his solidis verificabitur manifestè, ex ipsorum genesi, excessum cuiuscunque supra sibi pro-

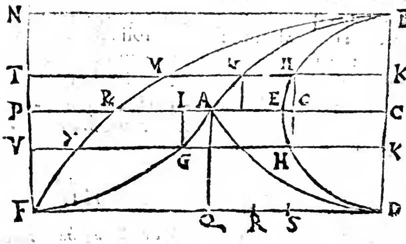
proximè minus æqualem fore excessui alterius supra sibi pariter proximè minus: & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Excessus ergo cuiuslibet horum solidorum supra sphæram ex semicirculo, erit tam multiplex excessus primi supra dictam sphæram, sicuti est multiplex numerus solidi vnitatis. Hæc omnia facilè percipientur differendo iuxta normam schol. 2. proposit. 48.

PROPOSITIO LIII.

Excessus primi conicoidis quartæ speciei supra sphæram ex semicirculo, est æqualis tam secundum totum, quam secundum partes proportionales solido ex prima quarta Lilij vngularis rotata circa basim, quæ sit æqualis diametro sphæræ.

ETiam solida hæc infinita appellabimus conicoidea quartæ speciei. Primum conicoides sit illud, quod gignitur ex CDBA, & FABD, sit prima quarta Lilij vngularis, cuius basis BD, æquetur BA, diametro sphæræ. Dico excessum conicoidis ex CDBA, supra sphæram ex BEA, esse æqualem tam secundum totum, quam secundum partes proportionales solido ex quarta FABD, rotata circa basim BD. Hæc propositio probabitur differendo ad amussim, vt factum fuit in prop. 29.

SCHO-



SCHOLIVM.

Sicuti ad normam scholij eiusdem agnoscemus etiam quemlibet excessum cuiuslibet conicoidis supra sibi proximè minus æqualem esse solido ex dicta quarta tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Item eodem modo secari axes ipsorum à suis centris grauitatis &c. Hæc sunt nimis clara.

PROPOSITIO LIV.

Cylindrus circumscriptus cuiuis conicoidi quartæ speciei, est ad ipsum, vt tot quadrata peripheriæ semicirculi quotus est

est numerus conicoidis, ad tot quadrata arcus quadrantis quotus est duplus numerus, minus tot quadratis semidiametri quotus est duplus numerus vnitate minutus, & vna tertia quadrati eiusdem semidiametri.

Esto coniçoides numeri cuiuslibet id, quod gignitur ex KLBA. Dico cylindrum ex rectangulo MA, illi circumscriptum esse ad ipsum, vt statutum fuit. Nempe in primo, vt vnum quadratum peripheriæ BEA, ad duo quadrata arcus quadrantis, minus vno quadrato semidiametri, & vna tertia eiusdem, In secundo, vt duo quadrata BEA, ad quatuor quadrata arcus quadrantis, minus tribus quadratis semidiametri, & vna tertia quadrati eiusdem semidiametri. In tertio, vt tria quadrata BEA, ad sex quadrata arcus quadrantis, minus quinque quadratis semidiametri, & vna tertia. Et sic in infinitum.

Probabitur facilè ad modum proposit. 50. Nam cylindrus ex MA, est ad cylindrum ex ND, vt quadratum kA, ad quadratum FD: nempe vt tot quadrata peripheriæ BEA, quotus est numerus conicoidis, ad vnum talium quadratorum. Cylindrus ex ND, est ad solidum è quarta FABD, circa basim BD, ex proposit. 26. de Superfic. Vngulæ, vt dimidium quadrati FD, ad quadratum arcus quadrantis, minus quadrato semidiametri: nempe vt quadratum FD, ad duplum quadratum arcus quadrantis, minus duplo quadrato semidiametri.

X So-

Solidum ex quarta est ad excessum solidi ex kLBA, supra sphæram ex semicirculo BEA, vt vnitas ad numerum conicoidis: nempe vt binarium ad duplum numerum: nempe vt duo quadrata arcus quadrantis, minus duobus quadratis semidiametri, ad tot quadrata arcus quadrantis minus tot quadratis semidiametri quotus est duplus numerus. Ergo ex æquali, erit cylindrus ex MA, ad excessum solidi supra sphæram, vt tot quadrata BEA, quotus est numerus, ad tot quadrata arcus quadrantis, minus tot quadratis semidiametri quotus est numerus duplus. Rursum cylindrus ex MA, est ad sphæram subsesquialteram cylindri sibi circumscripti, vt idem quadratum kA, ad duo tertia quadrati semidiametri. Ergo cylindrus ex MA, erit ad ambo consequentia, nempe ad solidum totum ex KLBA, vt tot quadrata BEA, quotus est numerus, ad tot quadrata arcus quadrantis quotus est duplus numerus, minus tot quadratis semidiametri quotus est duplus numerus vnitate minutus, & vna tertia quadrati eiusdem semidiametri. Quod &c.

COROLLARIVM.

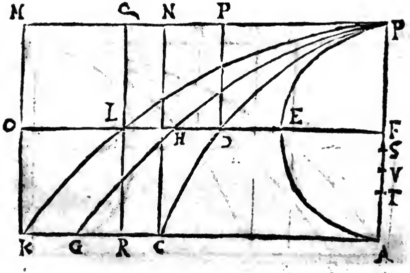
Ergo excessus conicoidis supra sphæram erit ad ipsam, vt tot quadrata arcus quadrantis, minus tot quadratis semidiametri quotus est duplus numerus, ad duo tertia quadrati semidiametri. Seù, vt tot quadrata minus tot quadratis, quotus est numerus,

ad

ad trientem quadrati semidiametri: nempe vt subdupla præcedentium terminorum.

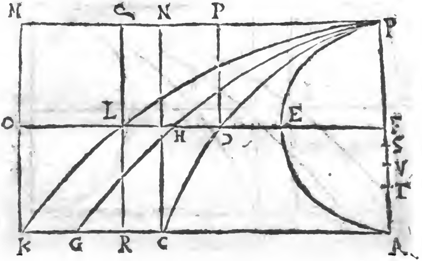
PROPOSITIO LV.

Si eadem sint constructa, quæ in proposit. 51. cylindrus ex QF, erit ad solidum ex LBF, vt tot quadrata arcus quadrantis quotus est numerus, vna cum quadrato semidiametri, ad tot rectangula sub excessu arcus quadrantis supra semidiametrum, & sub semidiametro quotus est duplus numerus, vna cum duabus tertiis quadrati semidiametri.



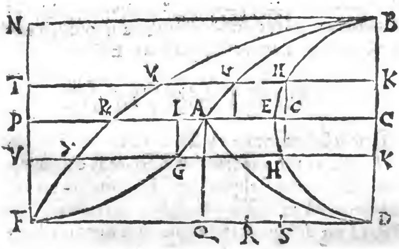
Nempe in primo, vt quadrata BE, EF, ad rectangulum duplum sub differentia BE, EF, & sub EF, cum subsesquialtero quadrati EF. In secundo, vt duo quadrata BE, cum quadrato EF, ad quatuor dictorum rectangulorum, cum subsesquialtero quadrati EF. Etc.

Namque cylindrus ex QF, est ad cylindrum ex rectangulo circumscripto superficiei vngulæ ABC, vt quadratum LF, ad quadratum AC. Hic est ad solidum ex ABC, circa BC, ex proposit. 23. de Superficie Vngulæ, vt dimidium quadrati AC, ad rectangulum sub differentia BE, EC, & sub EC; nempe vt quadratum AC, ad duplum dictum rectangulum. Solidum ex ABC, est ad solidum ex



LBE,

LBE, circa BF, vt vnitas, ad numerum conicoidis: nempe vt binarium, ad duplum numerum: nempe vt duo rectangula sub differentia BE, EC, seù EF, & sub EF, ad tot alia rectangula quotus est duplus numerus. Ergo ex æquali, erit cylindrus ex QF, ad solidum ex LBE, vt quadratum LF (quod æquatur tot quadratis arcus quadrantis quotus est numerus conicoidis, & quadrato EF) ad tot dicta rectangula quotus est duplus numerus. Item idem cylindrus ex QF, est ad hemisphærium ex quadrante EBF, subsesquialterum cylindri sibi circumscripti; vt idem quadratum LF, ad duo tertia quadrati EF. Ergo colligendo ambo consequentia, erit cylindrus ex QF, ad solidum ex LBF, vt tot quadrata arcus quadrantis quotus est numerus, vna cum quadrato



EF,

E F, ad tot dicta rectangula, quotus est duplus numerus, vna cum duabus tertijs quadrati E F.

COROLLARIVM I.

Ergo cylindrus ex QA, duplus cylindri ex QF, erit ad solidum ex L B F, vt duplum antecedentis ad idem consequens: vel vt idem antecedens ad dimidium consequentis. Nempe vt tot quadrata BE, quotus est numerus, vna cum quadrato EF, ad tot dictorum rectangulorum quotus est numerus, vna cum triente quadrati E F.

COROLLARIVM II.

Ergo cylindrus ex M A, erit ad solidum ex LBF, vt tot quadrata arcus peripheriæ semicirculi quotus est numerus, ad tot dicta rectangula quotus est numerus, vna cum vna tertia quadrati E F.

COROLLARIVM III.

Ergo solidum totum ex k L B A, erit ad solidum ex L B F, vt tot quadrata B E, quotus est duplus numerus, minus tot quadratis E F, quotus est duplus numerus vnitate minutus, & vna tertia quadrati E F, ad tot dictorum rectangulorum quotus est numerus, cum vna tertia quadrati E F.

CO-

COROLLARIVM IV.

Ergo per conuerſionem rationis, erit ſolidum ex K L B A, ad ſolidum ex K L F A, vt idem antecedens ad exceſſum ſui ſupra conſequens. Nempe ad tot quadrata differentiæ inter B E, E F, quotus eſt duplus numerus, vna cum tot rectangulis ſub dicta differentia, & ſub E F, quotus eſt triplus numerus, minus tot quadratis E F, quotus eſt duplus numerus vnitate minutus, & duabus tertijs eiuſdem quadrati E F.

COROLLARIVM V.

Ergo cylindrus ex O A, ſubduplus cylindri ex M A, erit ad ſolidum ex k L F A, vt tot quadrata arcus quadrantis quotus eſt duplus numerus, ad tot quadrata differentiæ inter B E, E F, quotus eſt duplus numerus, cum tot rectangulis ſub dicta differentia, & ſub E F, quotus eſt triplus numerus, minus tot quadratis ſemidiametri quotus eſt duplus numerus vnitate minutus, & duabus tertijs eiuſdem.

PROPOSITIO LVI.

Cuiuſcunque conicoidis quartæ ſpeciei centrum grauitatis aſſignare in axi.

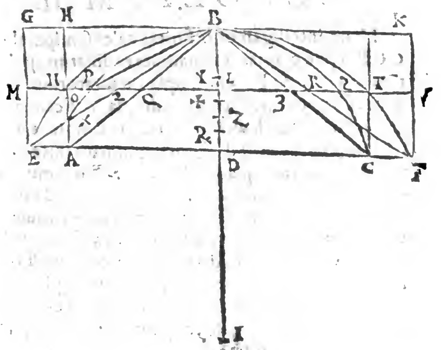
Nam

NAm centrum grauitatis excessus solidi supra sphæram, vtpotè proportionaliter analogi cum solido ex prima quarta Lilij vngularis rotata circa basim, habebitur ex proposit. 29. de Superficie Vngulæ. Sit hoc V. Et F, medium punctum BA, sit centrum sphæræ. Si ergo sic FV, secetur in S, vt sit FS, ad SV, vt excessus solidi supra sphæram, ad ipsum sphæram; nempe ex coroll. propos. 54. vt tot quadrata BE, minus tot quadratis EF, quotus est numerus, ad trientem quadrati EF. Erit S, centrum quæsitum.

SCHOLIVM I.

Initio huiusce operis descripsimus indolem conoidis cuiusdam parabolici, quo vsi sumus ad tradenda varia symptomata circa portiones sphæræ, &c. Hoc taliter genitum fuit, vt in schem. proposit. 1. quadrata ED, NL, ordinatim applicatarum essent æqualia quadratis BP, BA, chordarum &c. In proposit. 1. conclusum fuit tubum cylindricum GAk, esse triplum excessus conoidis supra sphæram, quia est ad ipsum tam secundum totum, quam secundum partes proportionales, vt cylindrus HC, ad conum ABC. Facilè autem, ex ibidem dictis, est colligere, quod si conus ABC, esset talis quantitatis, vt quadratum radij suæ basis, putà AD, esset æquale rectangulo EAF, dictus excessus, & conus essent magnitudines æquales tam secundum totum,

quam



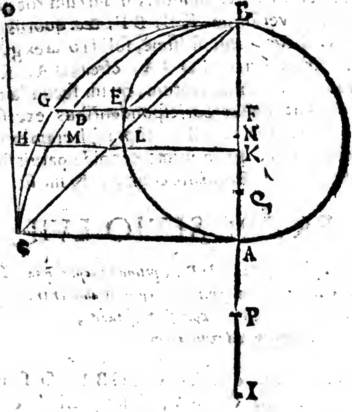
quam secundum partes proportionales. In schol. autem 3. dictæ proposit. monuimus lectorem, omnia, quæ diximus verificari etiam de excessu conoidis supra totam sphæram, vt in sequenti schemate. In ipso namque si sit conoides parabolicum descriptum ex semiparabola CDBA, rotata circa axim BA, & genita modò explicato; excessus conoidis supra sphæram ex semicirculo BEA, erit æqualis tam secundum totum, quam secundum partes proportionales cono ex triangulo BCA.

SCHOLIVM II.

Nunc intelligamus infinitas tales semiparabolas CGBA, sic genitas, vt quadrata ordinatim applicatarum CA, GF, sint dupla quadratorum AB, EB, & sic de alijs; tripla; quadrupla; & sic in infinitum. Hoc modo habebimus infinita conoidea parabolica, quorum secundum erit duplum primi: tertium triplum: quartum quadruplum. Et verbo, conoides quodlibet erit ad primum, vt suus numerus ad vnitatem. Nempe vt triplus numerus ad ternarium. Cum verò primum sit ad sphæram ex semicirculo BEA, vt ternarium ad vnitatem: erit quodlibet conoides ad sphæram ex semicirculo, vt triplus numerus ad vnitatem. Et diuidendo, erit excessus cuiuslibet talis conoidis supra sphæram ad ipsam, vt triplus numerus vnitate minutus ad vnitatem.

SCHOLIVM III.

Patet ergo dato quolibet horum conoideorum parabolicorum, differentiam quadratorum ordinatam applicatarum Hk, GF, & aliarum, & sinuum rectorum Lk, EF, æqualem fore tot quadratis sinuum rectorum LK, EF, quotus est numerus conoidis vnitate minutus, & tot quadratis sinuum versorum kB, BF, quotus est numerus. Nempe in primo, vnico quadrato sinuum versorum. In secundo,



vnico quadrato ſinuum rectorum, & duobus ſinuum verſorum. Et ſic in reliquis.

SCHOLIVM IV.

Nunc intelligamus infinita ſolida ex CMBA, infinitis ſemifiguris talis indolis, vt quadrata ordina-

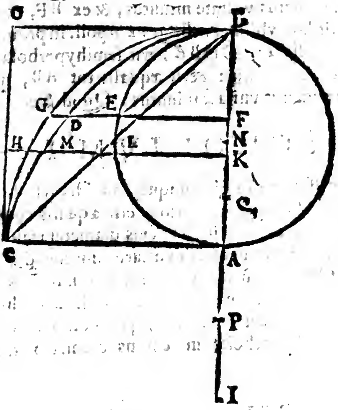
tim applicatarum Mk, DF, &c. possint etiam tot quadrata sinuum rectorum Lk, EF, &c. quotus est numerus vnitate minutus, simul cum tot quadratis sinuum versorum KB, BF, &c. quotus est numerus. Patet manifestissimè, solida orta ex gyratione semifigurarum CDBA, circa BA, fore æqualia tam secundum totum, quam secundum partes proportionales correspondentibus excessibus conoideorum ex CGBA, supra sphæram ex semicirculo BEA. Et in primo conoide patuit supra, solidum ex CDBA, fore conum. Nunc sit.

PROPOSITIO LVII.

Qualibet semifigura CDBA, prima excepta, quæ est triangulum, est semihyperbola, cuius diameter transuersa se habet ad BA, diametrum sphæra, vt numerus vnitate minutus ad vnitatem.

Nimirum, si conoides ex CGBA, sit secundum: erit CDBA, semihyperbola cuius diameter transuersa BA. Si conoides sit tertium: diameter transuersa erit dupla BA. Si quartum, tripla, & sic in infinitum. Ordinatim applicetur qualibet GDEF. Quadratum CA, est æquale tot quadratis AB, quotus est numerus: nempe rectangulo sub AB, & sub tot AB, quotus est numerus. Pariter, differentia quadratorum GF, FE, seù quadratum DF, æquatur tot quadratis BF,

quo-



quotus est numerus vnitate minutus, & tot quadratis BF, quotus est numerus: nempe tot, quadratis BF, seu rectangulis ABF, quotus est numerus vnitate minutus, vna cum quadrato BF: nempe rectangulo sub composita ex tot AB, quotus est numerus vnitate minutus, & ex BF, & sub BF. Ergo quadratum CA, erit ad quadratum DF, vt rectan-

ctangulum sub tot AB, quotus est numerus, & sub AB, ad rectangulum sub composita ex tot AB, quotus est numerus vnitate minutus, & ex BF, & sub BF. Et hoc vbilibet. Ergo ex Apoll. in prim. conic. proposit. 21. CDBA, erit semihyperbola cuius diameter transuersa erit æqualis tot AB, quotus est numerus vnitate minutus. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Excessus ergo cuiuscunque conoidis parabolici geniti modo supra explicato, erit æqualis conoidi hyperbolico ex CDBA, vt eius diameter transuersa sit ad BA, vt numerus vnitate minutus ad vnitatem. Quare in primo conoide, quia numerus vnitate minutus est nihil; erit conoides hyperbolicum æquale dicto excessui conus; quia conus est veluti conoides hyperbolicum carens diametro transuersa.

SCHOLIVM II.

Tali ergo pacto habebimus infinita conicoidea, quæ poterunt dici quintæ speciei, & hæc omnia erunt conoidea hyperbolica.

Adnotetur autem hæc pulchro modò diuersificari ab ijs, quæ ex Souero supra contemplati fuimus. Si vni quadrato sinus recti v. g FE, addebantur duo quadrata sinus versi BF; consurgebat conoides hyper-

per-

perbolicum, cuius diameter transuersa B A, diameter sphæræ. Si vni quadrato E F, addebantur tria quadrata B F: oriebatur conoides hyperbolicum, cuius diameter transuersa dimidia B A. Si tria, diameter transuersa erat triens B A. Et sic in infinitum, vt fusè explicatum fuit supra in schol. 2. proposit. 11. ex Souero in lib. citat. ibidem proposit. 31. Nunc è contra accidit. Quia si duobus quadratis E F, adiungantur tria quadrata B F: diameter transuersa conoidis est dupla B A. Si sumantur tria quadrata E F, cum quatuor quadratis B F; diameter transuersa erit tripla B A, &c.

SCHOLIVM III.

Vlteriùs adnotetur aliquid simile, & vniuersalius eo, quòd explicatum fuit in schol. 4. proposit. 1. Hoc autem est, quod si C G B A, sit quælibet semiparabola quadratica, in qua sit latus rectum ipsius ad B A, eius axim, vt numerus quilibet ad vnitatem; & super diametro B A, fiat semicirculus B E A. Excessus conoidis ex C G B A, supra sphæram ex semicirculo erit æqualis tam secundum totum, quam secundum partes proportionales conoidi hyperbolico, cuius radius basis eadem C A, axis idem B A, & diameter transuersa sit ad B A, in ratione in qua est diuisa ratio lateris recti parabolæ ad B A. V. g. si latus rectum sit ad B A, vt 2. ad 1. diameter transuersa erit ad B A, vt 1. ad 1. si latus rectum sit

ad

ad BA, vt 3. ad 1. diameter transuersa erit ad BA, vt 2. ad 1. Et sic in alijs. Vndè latus rectum parabolæ se habebit ad diametrum transuersam hyperbolæ, vt numerus ad numerum vnitate minorem.

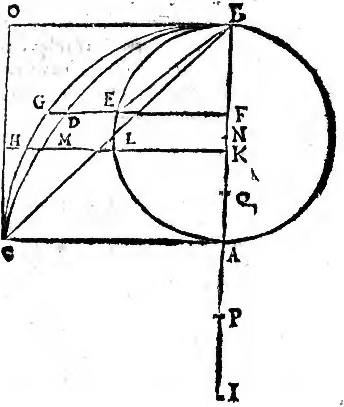
Cum ergo omnia hæc conicoidea quintæ speciei sint conoidea hyperbolica; illorum omnium licebit elicere mensuras, ac centra grauitatis ex doctrinis generalibus omnibus conoidibus hyperbolicis conuenientibus, quasuè pluribus vicibus aliàs assignauimus. Sed eadem facilè indagabimus ex peculiaribus horum solidorum.

PROPOSITIO LVIII.

Cylindrus circumscriptus infinitis excessibus conoideorum parabolicorum supra sphæram, vel infinitis conoidibus hyperbolicis, est ad hæc solida vt sextuplus numerus, ad triplum vnitate minutum.

NEmpe in primo, vt 6. ad 2. In secundo, vt 12. ad 5. In tertio vt 18. ad 8. In quarto vt 24. ad 11. Et sic in cæteris. Sit ergo talis cylindrus ex rectangulo OA. Hic est ad conoides parabolicum ex semiparabola CGBA, in ratione dupla: nempe, vt sextuplus numerus, ad triplum numerum. Hoc, cum sit ad sphæram ex BEA, ex schol. 2. propofit. 56. vt triplus numerus ad vnitatem, & per conuersionem rationis, ad excessum sui supra sphæram; vt triplus nnmerus, ad eundem vnitate minutum.

Erit



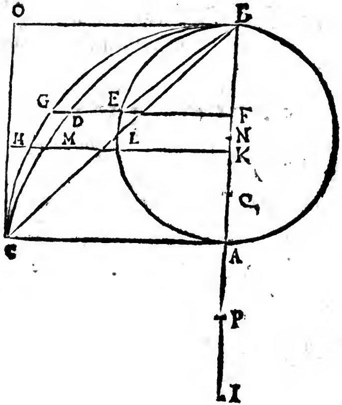
Erit ex æquali, cylindrus ad dictum excessum, seu ad conoides hyperbolicum, vt sextuplus numerus ad triplum numerum vnitate minutum. Quare &c. Quod &c.

PROPOSITIO LIX.

Centrum grauitatis prædictorum solidorum sic secat axim eorum, vt pars ad verticem sit ad reliquam, vt rectangulum sub binario, & sub triplo numero vnitate minuto, minus vna tertia sui vnitate minuti, ad hanc eandem vnam tertiam sui vnitate minuti.

Cuiuslibet excessus conoidis parabolici dicti supra sphæram, seù cuiuslibet conoidis hyperbolici excessui correspondentis sit Q, centrum grauitatis. Dico esse BQ, ad QA, in ratione prædicta. Nempe in primo, vt 3. ad 1. In secundo, vt 7. ad 3. In tertio, vt 11. ad 5. Et sic in infinitum.

Esto F, punctum bifarians BA, vt sit centrum grauitatis sphæræ, & K, sit centrum grauitatis conoidis parabolici, vt Bk, sit ad KA, vt 2. ad 1. Erit Fk, ad kQ, reciprocè, vt excessus conoidis parabolici supra sphæram, ad ipsam sphæram: nempe ex schol. 2. proposit. 56. vt triplus numerus vnitate minutus, ad vnitatem. Cum ergo quorum BA, est 6. talium Fk, sit 1. quorum Fk, erit triplus numerus vnitate minutus, talium BA, erit factum sub 6, & sub triplo numero vnitate minuto. Et talium KQ, erit 1. Est ergo BA, ad kQ, vt rectangulum sub 6. & sub triplo numero vnitate minuto, ad vnitatem. Sed est etiam BA, ad Ak, vt 6. ad 2: nempe ad rectangulum sub 6, & sub triplo numero vni-



vnitate minuto, ad rectangulum ſub 2. & ſub eodem triplo numero vnitate minuto. Ergo eadem BA, erit ad reliquam QA, vt rectangulum ſub 6. & ſub triplo numero vnitate minuto, ad rectangulum ſub binario, & ſub eodem triplo numero vnitate minuto, vnitate minutum. Nempe vt horum ſubtripla: nempe vt factum ſub binario, & ſub triplo numero

vnitate minuto, ad trientem facti sub binario, & sub triplo numero vnitate minuto, vnitate minuti. Quare diuidendo, erit BQ, ad QA, vt factum sub binario, & sub numero triplo vnitate minuto, minus sui triente vnitate minuti, ad sui trientem vnitate minutum. Quod &c.

SCHOLIVM.

Supra considerauimus bina genera infinitorum solidorum, quorum illa quæ oriebantur ex additamento quadratorum replicatorum sinuum versorum vnico quadrato sinuum rectorum erant infinita conoidea hyperbolica Soueri. Illa verò, quæ ortum ducebant ex addictione quadratorum sinuum rectorum replicatorum vnico quadrato sinuum versorum, erant vel hemisphærium, vel semiportiones maiores sphæroidum, vt luculenter supra traditum fuit. Modò considerauimus solida, quæ oriebantur ex aggregatione quadratorum sinuum versorum sumptorum secundum numerum, cum quadratis sinuum rectorum receptorum secundum dictum numerum vnitate minutum; & quidem hæc omnia manifestauimus esse conoidea hyperbolica. Non erit ergo inutile respicere alia infinita solida, quæ habebimus ex combinatione quadratorum sinuum rectorum acceptorum secundum numerum cum quadratis sinuum versorum receptis secundum dictum numerum vnitate minutum. E. g. supponentes CD-

B A, esse quamlibet ex supradictis semiparabolis, sit C G B A, semifigura quædam, vt quadrata ordinatim applicatarum H K, G F, possint tot quadrata sinuum rectorum L k, E F, cum tot quadratis k B, F B, vno minus. Nimirum si D F, possit duplum quadratum B E; quadratum G F, sit æquale tribus quadratis E F, & duobus quadratis F B. Si quadratum D F, possit tria quadrata B E: quadratum G F, possit quatuor quadrata E F, cum tribus F B. Et sic in cæteris, ita vt differentia quadratorum G F, F D, sit æqualis quadrato sinus recti E F. &c.

Hoc modò generabuntur, vt diximus infinitę semifigurę C G B A, & ex ipsis ciatis circa B A, infinita solida, quæ omnia vtique erunt deficientia ad partes B.

In his omnibus excessus cuiuscunque supra suum conoides parabolicum, erit æqualis tam secundum totum, quam secundum partes proportionales sphæræ ex semicirculo B E A.

Horum omnium habebimus mensuram, centra grauitatis, & etiam naturas. Pro nunc solum scimus ex proposit. 23. quod si quadratum v. g. G F, sit æquale duobus quadratis E F, cum vno quadrato B F, erit C G B A, circuli quadrans.

PRO-

PROPOSITIO LX.

Cylindrus circumscriptus cuilibet horum solidorum est ad ipsum, vt sextuplus numerus ad triplum numerum vnitate auctum.

NEmpe in primo vt 6. ad 4. In secundo vt 12. ad 7. In tertio, vt 18. ad 10. &c. Nam conoides parabolicum ex CDBA; cum sit ad sphæram ex semicirculo BEA, vt triplus numerus ad vnitatem, ex schol. 2. proposit. 56. & cum sit sphæra æqualis excessui solidi ex CGBA, supra conoides ex CDBA, ex statim supra dictis: erit conoides ad dictum excessum vt idem triplus numerus ad vnitatem: Quare componendo, per conuersionem rationis, & conuertendo, erit conoides ad totum solidum, vt triplus numerus ad triplum numerum vnitate auctum. Sed cylindrus ex OA, est ad conoides in ratione dupla: nempe vt sextuplus numerus ad triplum numerum. Quare ex æquali, erit cylindrus ad solidum, vt sextuplus numerus ad triplum numerum vnitate auctum. Quod &c.

PROPOSITIO LXI.

Centrum grauitatis cuiuslibet horum solidorum ita secabit ipsius axim, vt pars ad verticem sit ad reliquam, vt rectangulum sub binario, & sub triplo numero vni-

tate

tate aucto, minus triente rectanguli dicti vnitate aucti, ad hunc eundem trientem rectanguli vnitate aucti.

NEmpe in primo, vt 5. ad 3. In secundo, vt 9. ad 5. In tertio, vt 13. ad 7. Et sic in infinitum. Supponamus BA, sectam bifariam in F, vt sit F, centrum grauitatis excessus solidi ex CGBA, supra conoides parabolicum ex CDBA, Rursum supponamus eandem BA, sic sectam in Q, vt BQ, sit dupla QA. Sic Q, erit centrum grauitatis conoidis ex CDBA. Tandem supponamus FQ, sic sectam in k, vt sit Fk, ad KQ, reciprocè, vt conoides ex CDBA, ad excessum solidi ex CGBA, supra ipsum. Erit k, centrum totius solidi ex CGBA. Dico esse Bk, ad KA, in ratione prædicta. Namque cum sit Fk, ad kQ, vt conoides ad dictum excessum, qui æquatur sphæræ ex BEA: & ideò ex schol. 2. proposit. 56. vt triplus numerus ad vnitatem, Erit componendo, FQ, ad Qk, vt triplus numerus vnitate auctus, ad vnitatem. Cumque FQ, sit vna sexta BA; & ideò quorum FQ, est triplus numerus vnitate auctus, sit BA, numerus æqualis rectangulo sub senario, & sub triplo numero vnitate aucto. Erit BA, ad kQ, vt tale rectangulum ad vnitatem. Porrò quoniam BA, est tripla AQ, erit BA, ad AQ, vt dictum rectangulum ad sui trientem. Ergo erit BA, ad totam kA, vt rectangulum sub senario, & sub triplo numero vnitate

te

te aucto, ad rectangulum sub binario, & sub triplo numero vnitate aucto, vnitate auctum. Et vt horum tertiæ partes: nempe vt rectangulum sub binario, & sub triplo numero vnitate aucto, ad trientem consequentis. Quare etiam diuidendo, erit Bk, ad kA, vt rectangulum sub binario, & sub triplo numero vnitate aucto, minus triente rectanguli sub binario, & sub triplo numero vnitate aucto, vnitate aucti, ad hunc eundem trientem. Quod &c.

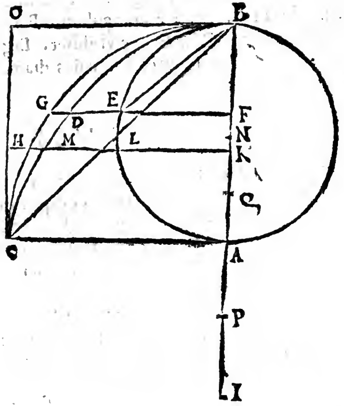
PROPOSITIO LXII.

Qualibet semifigura CGBA, est semiportio circuli, cuius diameter, quæ sit IB, se habet ad BA, vt numerus solidi vnitate auctus ad vnitatem.

V. G. Si CGBA, sit prima figura, sit IB, dupla BA. Si secunda tripla. Si tertia quadrupla. Et sic in infinitum.

Namque quadratum CA, est æquale tot quadratis BA, quotus est numerus, vt constat ex genesi solidorum: nempe rectangulo sub BA, & sub tot BA, quotus est numerus solidorum: nempe rectangulo IAB (quia cum IB, sit ad BA, vt numerus vnitate auctus ad vnitatem; est diuidendo, IA, ad AB, vt numerus ad vnitatem.) Accipiatur in BA, quodlibet punctum F, per quod ordinatim applicetur FG. Quoniam quadratum GF, æquatur tot quadratis EF, quotus est numerus vnitate au-

ctus,



ctus, & tot quadratis B F, quotus est numerus; & quia tot quadratis E F, F B, quotus est numerus, æquantur tot quadrata B E, quotus est numerus: quadrato G F, æquabuntur tot quadrata E B, quotus est numerus, seù tot rectangula A B F, vna cum vnico quadrato E F, seù cum rectangulo A F B. Sed tot rectangulis A B F, quotus est numerus æquatur

rectangulum sub IA, & sub BF (quia IA, ad AB, vt numerus, ad vnitatem.) Et rectangulum sub IA, FB, cum rectangulo AFB, æquatur rectangulo IFB. Ergo rectangulum IFB, erit æquale quadrato GF. Et hoc vbilibet. Ergo CGBA, erit semiportio circuli, cuius diameter BI. Quod &c.

SCHOLIVM.

Cum ergo hæc infinita conicoidea sextæ speciei sint portiones minores sphæræ, vt explicatum fuit (primo excepto, quod iam patuit fore hemisphærium, sicuti etiam deducitur in præsentiarum, quia in ipso BA, AC, æquales;) & cum supra assignatæ fuerint regulæ generales notandi hemisphærij, & omnium portionum sphærarum mensuras, ac centra grauitatis; illæ poterunt applicari etiam infinitis illis solidis. Quæ tamen omnia specialitùs pro his tradita fuerunt in proposit. 60. & 61.

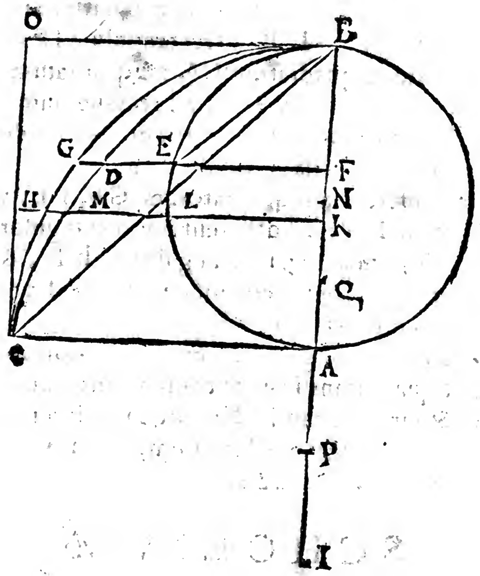
Sed antequam vlteriùs procedamus, forsitan haud erit iniucundum medicum temporis impendere explicationi cuiusdam circuli, seù sphæræ proprietatis.

PROPOSITIO LXIII.

Si axis cuiuslibet sphæræ portionis sit etiam diameter sphæræ. Excessus portionis supra sphæram, tum secundum

totum,

totum, quam secundum partes proportionales erit æqualis conoidi parabolico quadratico super eadem basi, & circa eundem axim cum portione.



ESto CGBA, quęlibet semiportio circuli; CDBA, sit semiparabola quadratica; & BEA, sit semicirculus; quæ omnia intelligantur ro-

tari circa axim BA. Dico excessum portionis ex CGBA, supra sphæram ex BEA, æqualem fore tam secundum totum, quam secundum partes proportionales conoidi ex CDBA. Sit BI, diameter totius sphęrę. Namque quadratum CA, est ad quadratum GF, ad arbitrium ordinatim applicatæ, vt rectangulum IAB, ad rectangulum IFB. Sed est etiam idem quadratum CA, ad quadratum EF, vt idem rectangulum IAB, ad rectangulum AFB (propter ęqualitatem horum trium rectangulorum illis tribus quadratis.) Ergo erit idem quadratum CA, ad differentiam quadratorum GF, FE, vt rectangulum IAB, ad differentiam rectangulorum IFB; AFB: nempe ad rectangulum sub IA, & sub FB: nempe (propter commune latus IA) vt AB, ad BF: nempe vt idem quadratum CA, ad quadratum DF. Sunt ergo differentia quadratorum GF, FE, & quadratum DF; & consequenter armilla ex GE, & circulus radij DF, æquales inter se. Et quia F, est punctum arbitrarium; etiam excessus æqualis conoidi. Quod &c.

SCHOLIVM.

Patet ergo cylindrum ex OA, duplum fore dicti excessus.

Item centrum grauitatis vel totius dicti excessus, vel cuiuslibet eius partis ad verticem genitæ ex GBE, sic diuidere BA, vel BF, vt partes termi-

minatæ ad B, duplæ extent partium terminatarum ad A, vel F.

Item Q, centrum grauitatis partis dicti excessus v.g. ex CGEA, sic diuidere FA, vt FQ, sit ad QA, vel vt duplum quadratum CA, cum quadrato DF, ad duplum quadratum DF, cum quadrato CA, vel vt dupla AB, cum BF, ad duplam BF, cum BA.

Item N, centrum grauitatis portionis excessus ex segmento intermedio HGEL, sic diuidere Fk, vt FN, sit ad Nk, vel vt duplum quadratum Mk, cum quadrato DF, ad duplum quadratum DF, cum quadrato MK; vel vt dupla KB, cum BF, ad duplum BF, cum Bk.

Item cylindrus circumscriptus segmento ad basim dicti excessus ex CGEA, erit ad ipsum, vel vt duplum quadratum CA, ad quadrata CA, DF; vel vt dupla AB, ad AB, BF.

Hæc enim omnia alibi de conoide parabolico probata fuere.

Verùm antequam primæ huic parti finem imponamus, per optimum iudicamus explicare nonnulla geometrica; in primisque passionem aliquam communem solidis rotundis ex circulo, & sphæræ, sphæroidi, & conoidibus parabolico, & hyperbolico. Ex qua, & ex aliàs ostensis à nobis licebit quædam confirmare, & aliqua centra grauitatis indagare.

PRO-

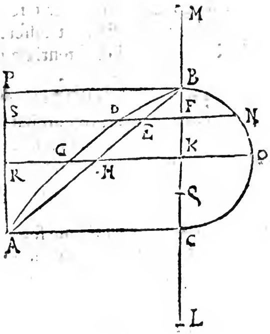
PROPOSITIO LXIV.

Si in qualibet circuli, vel ellipsis semiportione, & in qualibet semiparabola quadratica, vel semihyperbola ducatur linea à vertice ad basis extremitatem, & ducantur duæ ad axim ordinatim applicatæ. Excessus quadratorum harum supra quadrata interceptarum inter ductam, & axim, erunt ad inuicem, vt rectangula sub partibus axis.

ADBC, sit quęlibet semiportio circuli, vel ellipsis, vel semiparabola quadratica, seù semihyperbola, quarum omnium axis BC: basis AC, & sit ducta BA, ac sint duæ DEF, GHk, ordinatim applicatæ ad axim BC. Dico excessum quadrati GK, supra quadratum Hk, ad excessum quadrati DF, supra quadratum EF, esse vt rectangulum CkB, ad rectangulum CFB.

Supponamus primo ADBC, esse semiparabolam quadraticam. In qua, quoniam quadratum AC, est ad quadratum Gk, vt CB, ad Bk; nempe (sumpta communi altitudine CB) vt quadratum CB, ad rectangulum CBk. Et quadratum AC, idem, est ad quadratum HK, vt quadratum CB, ad quadratum Bk. Erit quadratum AC, ad excessum quadrati Gk, supra quadratum Hk, vt quadratum CB, ad excessum rectanguli CBk, supra quadratum BK. Nempe ad rectangulum CkB.

Et



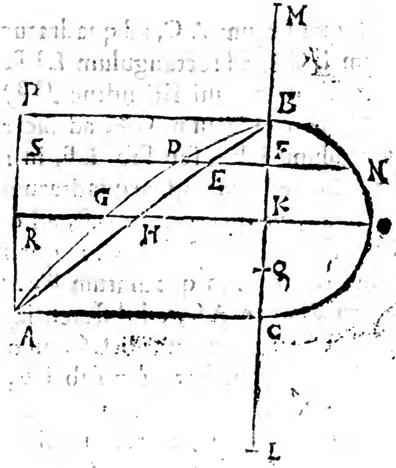
Et conuertendo, erit differentia quadratorum GK, kH, ad quadratum AC, vt rectangulum CKB, ad quadratum CB. Pariter, quoniam vt quadratum AC, ad quadratum DF, sic CB, ad BF. Nempe sic quadratum CB, ad rectangulum CBF. Et vt quadratum AC, ad quadratum EF, sic quadratum CB, ad quadratum BF. Erit etiam vt quadratum AC, ad differentiam quadratorum DF, FE, sic quadratum CB, ad rectangulum CFB, differentiam rectanguli CBF, & quadrati BF. Erat

Erat autem supra differentia quadratorum Gk, kH, ad quadratum A C, vt rectangulum C k B, ad quadratum C B. Ergo ex æquali, erit rectangulum C k B, ad rectangulum C F B, vt differentia quadratorum G K, K H, ad differentiam quadratorum D F, F E.

Si autem supponeremus A D B C, esse circuli quamlibet semiportionem; res est probata in proposit. 45. Miscell. Hyperbol. in qua etiam, per analogiam, est deducta ad semiportionem ellipsis. Sed libet nunc hoc vniuersaliter ostendere de semiportionibus ambarum figurarum.

Supponamus ergo A D B C, esse semiportionem circuli, vel ellipsis; & esto B L, diameter illorum. Quadratum A C, est ad quadratum G k, vt rectangulum L C B, ad rectangulum L k B. Nempe (sumpta communi altitudine B C,) vt factum sub L C, in quadratum B C, ad factum sub C B, in rectangulum L k B; seù sub L k, in rectangulum C B k. Pariter idem quadratum A C, est ad quadratum H k, vt quadratum C B, ad quadratum B k. Nempe (sumpta communi altitudine L C) vt factum sub L C, in quadratum C B, ad factum sub L C, in quadratum k B. Ergo quadratum A C, erit ad differentiam quadratorum G k, k H, vt factum sub L C, in quadratum C B, ad differentiam facti sub L k, in rectangulum C B k, & facti sub L C, in quadratum K B. Nempe ad factum sub C k, in rectangulum C B K, vna cum facto sub L C, in re-

ctan-



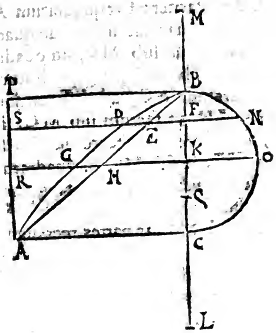
ctangulum CKB (factum namque sub LK, in rectangulum CBK, diuiditur in factum sub CK, in rectangulum CBK, vna cum facto sub eodem rectangulo in LC. Quod postea diuiditur in facta sub LC, in partes rectanguli CBK; nempe in quadratum KB, & in rectangulum CKB.) Erit ergo conuertendo, differentia quadratorum GK, KH, ad quadratum AC, vt factum sub Ck, in rectangulum CBk, seù factum sub CB, in rectangulum CkB, vna cum facto sub LC, in rectangulum CkB

 (quæ

(quæ duo facta sunt æqualia facto sub BL, in rectangulum CKB) ad factum sub LC, in quadratum CB.

Rursum, est quadratum AC, ad quadratum DF, vt rectangulum LCB, ad rectangulum LFB. Nempe (sumpta rursus communi altitudine CB) vt factum sub LC, in quadratum CB, ad factum sub CB, in rectangulum LFB; seu sub LF, in rectangulum CBF. Sed est etiam idem quadratum AC, ad quadratum EF, vt quadratum CB, ad quadratum BF. Nempe vt factum sub LC, in quadratum CB, ad factum sub LC, in quadratum BF. Quare erit etiam vt quadratum AC, ad differentiam quadratorum DF, FE, sic factum sub LC, in quadratum CB, ad differentiam factorum sub LF, in rectangulum CBF, & sub LC, in quadratum BF. Nempe ad factum sub LB, in rectangulum CFB (rursum enim vt prius, factum sub LF, in rectangulum CBF, diuiditur in factum sub CF, in rectangulum CBF, vna cum facto sub LC, in dictum rectangulum. Quod postea diuiditur in facta sub LC, & sub partibus illius rectanguli: nempe sub quadrato BF, & rectangulo CFB. Facta verò sub CF, in rectangulum CBF, seù sub CB, in rectangulum CFB, vna cum facto sub LC, in idem rectangulum CFB, faciunt factum sub BL, in rectangulum CFB.) Erat autem supra differentia quadratorum GK, KH, ad quadratum AC, vt factum sub BL, in rectangulum CKB, ad factum sub LC, in

qua-



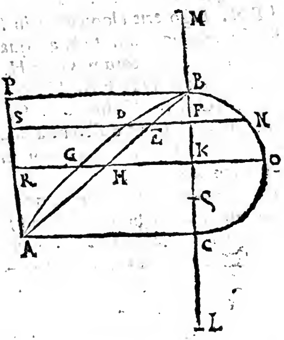
quadratum CB. Quare ex æquali, erit differentia quadratorum Gk, KH, ad differentiam quadratorum DF, FE, vt factum sub BL, in rectangulum CKB, ad factum sub BL, in rectangulum CFB. Nempe vt rectangulum CkB, ad rectangulum CFE.

Sed supponamus ADBC, esse semihyperbolam, cuius diameter transuersa MB. In ipsa est quadratum AC, ad quadratum Gk, vt rectangulum MCB, ad rectangulum MkB. Nempe vt factum

Bb a sub

ſub MC, in quadratum CB, ad factum ſub BC, in rectangulum MkB; ſeù ad factum ſub MK, in rectangulum CBk. Pariter eſt vt quadratum AC, ad quadratum HK, ſic quadratum CB, ad quadratum BK. Nempe ſic factum ſub MC, in quadratum CB, ad factum ſub MC, in quadratum KB. Ergo erit quadratum AC, ad differentiam quadratorum GK, KH, vt factum ſub MC, in quadratum CB, ad differentiam factorum ſub MK, in rectangulum CBK, & ſub MC, in quadratum KB. Nempe ad factum ſub MB, in rectangulum BKC (factum enim ſub Mk, in rectangulum CBK, diuiditur in factum ſub MK, in partes rectanguli CBk; nempe in quadratum KB, & in rectangulum CKB. Hoc verò diuiditur in facta ſub kB, in rectangulum BkC, ſeù ſub CK, in quadratum KB, & ſub MB, in rectangulum BkC. Facta autem ſub MK, in quadratum kB, & ſub CK, in idem quadratum, componunt factum ſub MC, in quadratum kB.) Quare conuertendo, erit differentia quadratorum Gk, kH, ad quadratum AC, vt factum ſub MB, in rectangulum BKC, ad factum ſub MC, in quadratum CB. Eodem modo oſtendetur eſſe quadratum AC, ad differentiam quadratorum DF, FE, vt factum ſub MC, in quadratum CB, ad factum ſub MB, in rectangulum BFC. Quare ex æquali, concludetur eſſe differentiam quadratorum Gk, kH, ad differentiam quadratorum DF, FE, vt factum ſub MB, in rectangulum BkC, ad factum ſub MB, in rectangu-

lum



lum BFC. Nempè vt rectangulum BkC, ad rectangulum BFC. Patet ergo veritas propositionis in omnibus dictis figuris.

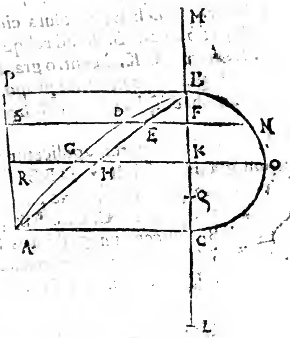
SCHOLIVM I.

Nunc intelligamus super BC, diametro esse semicirculum, vel semiellipsim, vel super basi BC, esse parabolam quadraticam. In circulo, vel ellipsi est vt rectangulum CKB, ad rectangulum CFB, sic quadra-

dratum ^KO, ad quadratum FN. In parabola autem est vt rectangulum ^{CKB}, ad rectangulum ^{CFB}, sic ^KO, ad FN. Ergo erit (loquamur in solo circulo, & ellipsi) vt quadratum ^kO, ad quadratum FN, sic differentia quadratorum G^k, ^kH, ad differentiam quadratorum DF, FE. Si ergo intelligamus ADBC, BOC, rotari circa BC. Cum in solido genito ex ADBC, sit vt differentia quadratorum G^K, ^KH, ad differentiam quadratorum DF, FE, sic armilla circularis genita ex GH, ad armillam circularem genitam ex DE; & cum vt quadratum kO, ad quadratum FN, sic circulus radij kO, ad circulum radij FN; & puncta F, K, sumpta sint ad arbitrium. Patet, iuxta nostras doctrinas sæpissime adhibitas, esse excessum solidi ex ADBC, circa BC, supra conum ex ABC, proportionaliter analogum cum sphæra, vel sphæroide ex BOC, tam in magnitudine, quam in grauitate; tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

SCHOLIVM II.

Ex hac ergo doctrina generali, patet illud, quod particulariter docuimus de sphæræ portione, & per analogiam de portione sphæroidis in proposit. 45. Miscel. Hyperb. Item patet, quod docuimus in prop. 46. Nimirum. Si in quolibet conoide hyperbolico, & parabolico quadratico; item in qualibet sphæræ, vel sphæ-



ſphæroidis portione inſcribatur conus. Centrum grauitatis exceſſuum prædictorum ſolidorum ſupra ſuos conos erit in medio puncto diametri ipſorum. Nam exceſſus illorum ſolidorum cum ſit proportionaliter analogus cum ſphæra: eodem modo ſecabuntur axes ipſorum à centris grauitatis. Cumque ex dicta propoſit. 46. deducta ſit propoſitio 47. quæ vtique videtur aliqualis conſiderationis, illa etiam poterit deduci ex præſenti.

Sed inſuper poterimus deducere ſequentes notitias,

tias, quarum prima est. Quod si B^C, secetur bifariam in ^{K}, & ordinatim applicetur GH^K. Centrum grauitatis solidi ex GDBH, reuoluta circa BC, sic secabit BK, vt pars ad B, sit ad reliquam vt 5. ad 3. Item sic secabitur CK, à centro grauitatis solidi ex AGH. Quia hæ partes sunt proportionaliter analogæ cum hemisphærio, vel hemisphæroide.

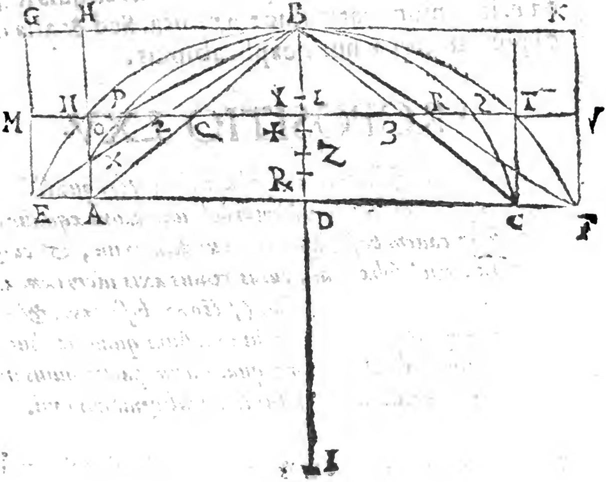
Secundo. Si DF, ordinatim applicetur vtcunque. Centrum grauitatis solidi ex DBE, sic secabit BF, vt pars terminans ad B, sit ad partem terminatam ad F, vt quadrupla FC, cum FB, ad duplam FC, cum FB. Sic centrum grauitatis solidi ex DAE, sic secabit CF, vt pars terminans ad C, sit ad terminatam ad F, vt quadrupla BF, cum FC, ad duplam BF, cum FC. Quomodo diuiduntur BF, FC, à centris grauitatis portionum sphæræ ex FBN, CNF, ex proposit. 6.

Tertio. Si ordinatim applicentur duæ DF, Gk. Centrum grauitatis solidi ex DEHG, reuoluta circa BC, habebitur vniuersaliter ex proposit. 8. in qua traduntur duo modi reperiendi centrum grauitatis segmenti intermedij sphæræ ex FNOk.

SCHOLIVM III.

Sed vice versa, ex traditis in hac proposit. & in schol. superiori in numero secundo, poterimus ap-

tiùs



tiùs concinnare modum secundum inibi adhibitum reperiendi centrum grauitatis cuiuscunque segmenti sphæræ. Esto enim, vt ibidem, A P S C, segmentum intermedium sphæræ: non erit necesse, vt ibidem factum fuit, reperire centrum grauitatis frusti conoidis E N T F, & reliqua peragere, quæ inibi conspiciuntur necessaria pro inuentione centri grauitatis excessus segmenti A P S C, supra frustum conicum A Q 3 C. Sed statim secta D L, in ✠, vt sit D✠, ad ✠L, vt quadrupla B L, cum L D, ad

Cc du-

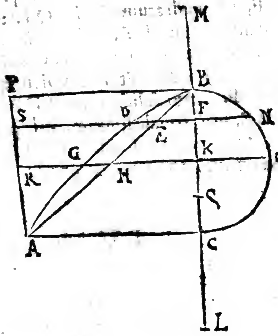
duplam BL, cum LD, esset inuentum ✱, centrum grauitatis excessus prædicti. In reliquis sequenda erit demonstratio ibidem posita. Sed & alia colligi poterunt, quæ nunc explicabimus.

PROPOSITIO LXV.

Qualibet portio sphæræ, vel sphæroidis; item quodlibet conoides parabolicum, vel hyperbolicum, erunt æqualia cono super eadem basi, & circa eundem axim, & cuidã sphæræ, vel sphæroidi, cuius vnus axis idem cum axi portionis, vel conoidis, alius (secto axi bifariam, & ordinatim applicata linea) possit excessum quadrati huius ordinatim applicatæ, supra quadratum partis huius interceptæ inter axim, & latus trianguli genitoris coni.

ESto AGBC, qualibet semiportio circuli, vel ellipsis, vel qualibet semiparabola, aut semihyperbola, quarum axis BC, basis AC, & ducta BA, sectaque bifariam BC, ac ordinatim applicata GHk, ducatur KO, normalis BC, potens excessum quadrati Gk, supra quadratum Hk; & intelligamus semicirculum, aut semiellipsim BOC; & cogitemus tam AGBC, quam BOC, rotari circa BC. Dico solidum ex AGBC, æquale fore cono ex ABC, & sphæræ, vel sphæroidi ex BOC. Tota ergo res reducitur ad hoc, vt probetur, excessum solidi ex AGBC, supra conum, æqualem fore sphæræ, vel sphæroidi. Quod facilè

con-

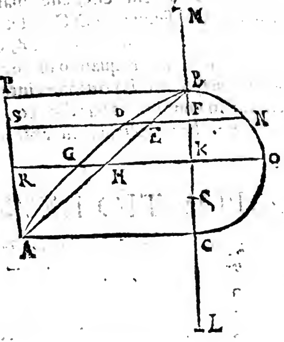


conſtabit. Nam cum exceſſus quadrati G K, ſupra quadratum H k, ſit æqualis quadrato k O: etiam armilla circularis ex G H, erit æqualis circulo radij k O. Sumatur vbilibet in B C, punctum F, per quod ordinatim applicentur F E D, F N. Ex propoſit. anteced. exceſſus quadrati G k, ſupra quadratum H k, eſt ad exceſſum quadrati D F, ſupra quadratum F E, vt rectangulum C K B, ad rectangulum C F B. Nempe (propter circulum, aut ellipſim) vt quadratum K O, ad quadratum F N. Quare

re & permutando, vt differentia quadratorum Gk, kH, ad quadratum kO, ſic differentia quadratorum DF, FE, ad quadratum FN. Quare etiam differentia quadratorum DF, FE, erit æqualis quadrato FN. Quare etiam armilla ex DE, erit æqualis circulo radij FN. Et hoc vbicunque ſumatur punctum F. Ergo ſolidum ex ADBC, reuoluta circa BC, erit æquale ſphæræ, vel ſphæroidi ex BOC. Quare totum ſolidum ex ADBC, erit æquale ſphæræ, vel ſphæroidi, & cono ex ABC. Quod &c.

SCHOLIVM.

Diximus ſolidum ex BOC, eſſe ſphæram, vel ſphæroides. Quod ſano modo eſt intelligendum. In portionem enim ſphęrę ſemper erit ſphæroides, cuius minor ſemiaxis BK, maior kO, ſemper æqualis AH, dimidiæ AB. Quod etiam probatur à nobiliſſimo viro, & geometra ſolertiſſimo Ricardo Albio Anglo in ſuo hemiſphęrio diſſecto propoſit. 41. in qua præſens propoſitio in ſphęrę portione duntaxat oſtenditur. Et patet manifeſtiſſimè. Quia (propter circulum) differentia quadratorum Gk, kH, eſt æqualis rectangulo AHB. Patet autem rectangulorum ex partibus AB, diuiſæ in puncto, maximum fore rectangulum AHB, quandò nimirum AB, ſecatur bifariam in H. Cumque, in hoc caſu, quadratum kO, ſit ęquale rectangulo AHB: patet



patet KO, ęqualem fore AH, dimidiæ AB. Et consequenter kO, maiorem fore kB: sicuti dimidium AB, maius est dimidio BC.

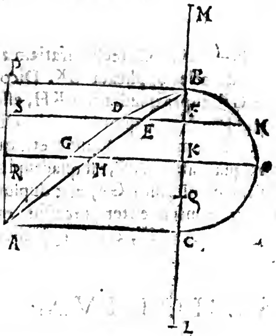
In portione autem sphęroidis potest esse & sphęra, & sphęroides. Sphęra, quotiescunque ordinatim applicata Gk, secans BC, bifariam, esset dimidia AB. Quia tunc, cum quadratum GK, esset æquale quadrato HB: nempe quadratis Bk, kH: esset differentia quadratorum GK, kH, ęqualis quadrato BK; seù rectangulo BkC. Cum ergo rectangulo

gulo BkC, esset æquale quadratum kO. Patet propositum. Quandò autem Gk, esset maior, vel minor HB, besse AB, semper BOC, esset semiellipsis, cuius semiaxis kO, esset maior kB, quandò Gk, foret maior HB; minor, quandò minor. Quæ autem dicta sunt de sphęroidis portione, intelligenda etiam veniunt in conoidibus parabolico, & hyperbolico. Verum hęc doctrina est aptiùs digerenda.

PROPOSITIO LXVI.

Si axis conoidis parabolici sit æqualis suo lateri recto. Excessus ipsius supra conum, est æqualis sphæra, vt explicatum fuit.

ESto ergo AGBC, semiparabola quadratica, cuius latus rectum BP. Si BC, axis conoidis sit ęqualis BP. Dico solidum ex BOC, quod ex proposit. anteced. est ęquale excessui conoidis ex AGBC, supra conum ex ABC, esse sphęram. Nam tunc AC, erit ęqualis CB: quia quadratum AC, quod ex vi parabolæ est ęquale rectangulo CBP, erit etiam æquale quadrato CB. Et consequenter AC, ęqualis CB. Quare etiam Hk, erit ęqualis Bk. Cum verò etiam quadratum Gk, sit ęquale rectangulo KBP, seù KBC: nempe quadrato Bk, & rectangulo CkB. Et pariter idem quadratum GK, sit ęquale quadrato Hk, & excessui ipsius supra quadra-



dratum H K. Si ęqualia demantur, nempe quadrata H K, K B: erit excessus quadrati G k, supra quadratum H K, seù quadratum K O, ęquale rectangulo C K B. Quare C O B, semicirculus: & solidum ex ipso sphęra. Quod &c.

PROPOSITIO LXVII.

Si in qualibet semiparabola quadratica ordinatim applicetur à medio puncto sui axis secans latus trianguli inscripti. Erit

Erit excessus quadrati ordinatim applicatæ, supra quadratum interceptæ inter axim, & latus trianguli, ipsi æqualis.

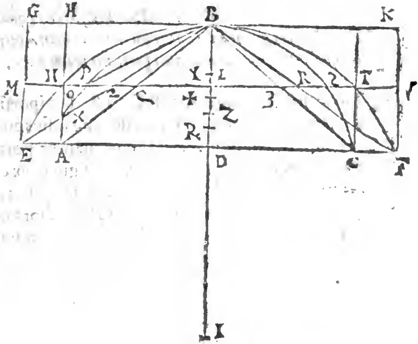
IN semiparabola A G B C, secto bifariam axi B C, in K, sit ordinatim applicata G K. Dico excessum quadrati G K, supra quadratum K H, esse æqualem quadrato H k. Nam, quoniam C B, est dupla B k: etiam quadratum A C, duplum erit quadrati G K. Sed idem quadratum A C, est quadruplum quadrati H K. Ergo quadratum G K, erit duplum quadrati H K. Et consequenter excessus quadrati G K, supra quadratum H K, erit ipsi æqualis. Quod &c.

SCHOLIVM.

Patet ergo rursum, quod suppositis ijsdem, quæ supra, si A C, sit æqualis C B; B O C, erit semicirculus. Nam tunc excessus quadrati G K, supra quadratum H K: nempe quadratum K O, erit æqualis quadrato H k; seu quadrato k B (quia tunc H k, K B, æquales:) nempe rectangulo B K C.

Si verò A C, erit minor C B; B O C, erit semiellipsis, cuius minor semiaxis k O. Quia cum H k, sit minor K B; erit quadratum H K; nempe differentia quadratorum G k, k H; nempe quadratum K O, minus quadrato B k: seu rectangulo B K C.

Si denique A C, erit maior C B; erit B O C, semielli-



ellipsis, cuius maior semiaxis K O. Quod facilè patebit eodem discurrendo modo.

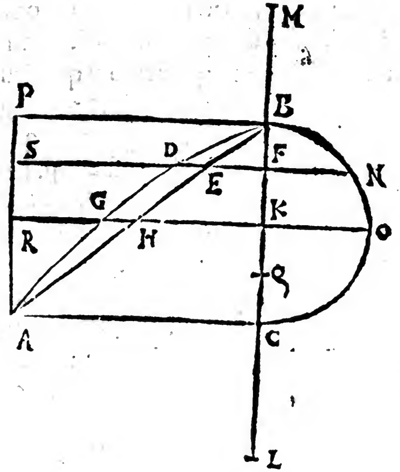
PROPOSITIO LXVIII.

Si in qualibet sphæroidis portione, quadratum diametri basis sit ad quadratum axis, vt rectangulum sub axi portionis, & sub axi reliquæ portionis, ad rectangulum sub dimidio axi portionis, & sub composita ex hoc dimidio, & ex axi reliquæ portionis, minus quadrante rectanguli sub

axi portionis, & sub axi reliquæ portionis. Excessus portionis supra conum, vt explicatum fuit, erit æqualis sphęrę. Si sit in maiori ratione; dictus excessus erit ęqualis sphęroidi cuius minor axis, axis portionis. Si in minori; erit ęqualis sphęroidi, cuius axis portionis maior axis.

NVnc intelligamus A G B C, esse semiportionem ellipsis, vt ex reuolutione ipsius circa B C, sicuti & trianguli A B C, gignantur portio sphæroidis, & conus. Item sit B O C, figura, ex cuius gyratione circa B C, generetur solidum æquale excessui portionis sphæroidis ex A G B C, supra conum ex A B C. Dico primo, quod si quatuor quadrata A C (nempe quadratum duplæ A C, diametri basis portionis) sint ad quadratum C B, vt rectangulum L C B, ad rectangulum L K B (supposita B C, secta bifariam in K, & B L, tota diametro ellipsis) minus quarta parte rectanguli L C B; erit solidum ex B O C, sphæra. Nam cum sint quatuor quadrata A C, ad quadratum C B, vt rectangulum L C B, ad rectangulum L K B, minus quadrante rectanguli L C B. Et cum sint quatuor quadrata A C, ad vnum quadratum A C, vt rectangulum L C B, ad sui quadrantem. Erunt quatuor quadrata A C, ad quadrata simul A C, C B, seù ad quadratum A B, vt rectangulum L C B, ad rectangulum L K B. Sed pariter vt rectangulum L C B, ad rectangulum L K B, sic quadratum A C, ad quadratum G K: nempe sic quadruplum quadratum A C, ad quadruplum quadra-

con-



tum G k. Ergo quatuor quadrata A C, ad quadratum A B, & ad quadruplum quadratum G k, erunt in eadem ratione. Quare quadratum A B, erit æquale quatuor quadratis G K. Et consequenter G k, dimidia A B. Quare ex schol. prop. 65. erit solidum ex B O C, sphæra.

Sed quatuor quadrata A C, sint ad quadratum C B, in maiori ratione, quam rectangulum L C B, ad rectangulum L K B, minus quadrante rectanguli L C B. Dico secundo, quod solidum ex B O C, erit

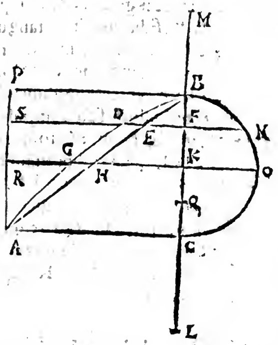
 sphæ-

sphæroides, cuius BK, semiaxis minor. Nam ferè eodem modo ratiocinando, quatuor quadrata AC, sunt ad quadratum GB, in maiori ratione, quam rectangulum LCB, ad rectangulum LkB, minus quadrante rectanguli LkB. Sed quadratum quadruplum AC, est ad vnicum quadratum AC, vt rectangulum LCB, ad sui quadrantem. Ergo quatuor quadrata AC, erunt ad quadrata AC, CB, seu ad quadratum AB, in maiori ratione, quam rectangulum LCB, ad rectangulum LkB. Sed vt rectangulum LCB, ad rectangulum LKB, sic quadruplum quadratum AC, ad quadruplum quadratum GK. Ergo quatuor quadrata AC, erunt ad quadratum AB, in maiori ratione, quam ad quatuor quadrata GK. Quare quatuor quadrata GK, maiora erunt quadrato BA. Et consequenter GK, maior erit dimidia BA, nempe BH. Quare ex schol. citato KO, maior erit BK.

Si verò quatuor quadrata AC, sint ad quadratum CB, in minori ratione quam rectangulum LCB, ad ad rectangulum LkB, minus quadrante rectanguli LCB. Dico tertio, quod solidum ex BOC, erit sphæroides, cuius minor semiaxis kO. Quod lector poterit probare insequendo vestigia demonstrationum supra adductarum. Patet ergo propositum.

SCHOLIVM I.

Sed supradicta propositio posset faciliùs proponi. Dicendo sic. Si quadratum radij basis sit ad qua-



quadratum axis, vt axis reliquæ portionis ad axim sphæroidis. Excessus portionis supra conum erit æqualis sphæræ. Si sit in maiori ratione, vel in minori: excessus erit æqualis sphæroidi, vt explicatum fuit. Quod patet. Quia rectangulum LCB, est ad rectangulum LkB, minus quadrante rectanguli LCB, vt dupla LC, ad compositam ex Ck, & ex dimidia LC: nempe ad dimidiam BL. Nam rectangulum LCB, æquatur rectangulo sub dupla LC, in CK. Rectangulum verò LkB, æquatur rectangulo

LkC:

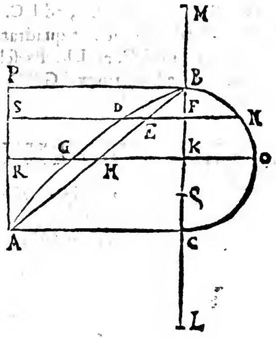
LkC: nempe quadrato kC, & rectangulo LCk. A' quo dempto quadrante rectanguli LCB, nempe dimidio rectanguli LCk. Residuum erit rectangulum sub composita ex besse LC, & ex Ck, in Ck. Erit ergo rectangulum LCB, ad rectangulum LKB, minus quadrante rectanguli LCB, vt rectangulum sub dupla LC, in Ck, ad rectangulum sub composita ex dimidia LC, & ex Ck, in Ck. Nempe (propter commune latus Ck) vt dupla LC, ad compositam ex dimidia LC, & ex Ck: nempe ad dimidiam BL. Erit ergo quadruplum quadratum AC, ad quadratum CB, vt dupla LC, ad dimidiam BL. Quare quadratum AC, erit ad quadratum BC, vt dimidia LC, ad dimidiam LB: nempe vt LC, ad LB. Reliqua ergo patebunt ex supra dictis.

SCHOLIVM II.

Patet ergo manifestissimè, quod ad hoc vt in portione sphæroidis ex AGBC, solidum ex BOC, æquale excessui portionis sphęroidis supra conum ex ABC, sit sphęra, requiritur necessariò vt AC, radius basis sit minor CB, axi.

PROPOSITIO LXIX.

Dato triangulo rectangulo ABC. Inuenire AGBC, semiportionem ellipsis, vt ipsa rotata circa BC, & super diametro BC, facto semicirculo BOC, ac pariter rotato



tato circa B C, sphera genita sit æqualis excessui portionis sphæroidis ex A G B C, supra conum ex A B C.

Fiat vt A C, ad C B, sic C B, ad B M. Erit B M, maior A C. Patet ex scholio antecedent. Cum enim B C, debeat esse maior A C, erit B M, multo maior A C. Fiat vt excessus M B, supra A C, ad A C, sic B C, ad C L, ei positam in directum. Et inueniatur semiellipsis, cuius vnus axis B L, ordinatim verò applicata A C, cuius semiportio sit A G B C. Dico

hanc

hanc esse quęsitam. Nam, cum sit vt excessus BM, supra AC, ad AC, sic BC, ad CL; erit etiam componendo, vt MB, ad AC, sic BL, ad LC. Et conuertendo, vt AC, ad BM; seù vt quadratum AC, ad quadratum CB, sic LC, ad LB. Ex schol. ergo primo proposit anteced. portio ex AGBC, erit qualis requiritur.

PROPOSITIO LXX.

Si quatuor rectę lineę fuerint continuè proportionales. Erit vt prima ad tertiam, ita quadratum differentię inter primam, & tertiam, ad quadratum differentię inter secundam, & quartam.



Sint quatuor continuè proportionales AB, CB, DB, EB, vt AD, sit differentia inter primam, & tertiam, & CE, sit differentia inter secundam, & quartam. Dico esse vt AB, prima, ad tertiam DB, sic quadratum AD, ad quadratum CE. Nam ex proposit. 7. lib. prim. de Infinit. Parab. etiam AC, CD, DE, ipsarum differentiæ erunt continuè proportionales in proportione ipsarum AB, BC, BD, BE. Erit ergo vt AB, ad BC, sic tam AC, ad CD, quam CD, ad DE. Ergo & vt AB, ad BC, sic duæ AC, CD, ad duas CD, DE; nempe sic AD, ad CE. Sed

AB,

AB, ad BD, est in duplicata ratione AB, ad BC. Ergò etiam erit in duplicata ratione AD, ad CE. Nempe erit vt quadratum AD, ad quadratum CE, Quod &c.

PROPOSITIO LXXI.

Datis rectis BL, CA. Erigere ab aliquo puncto C, ipsius BL, dictam CA, & inuenire semiportionem ellipsis AGBC, vt rotata ipsa circa BC, &c. Solidum ex BOC, sit sphæra.

AD hoc, vt problema construi possit, oportet vt AC, minor sit BL. Etenim cum ex schol.2. propos.68. minor sit CB, erit multo minor LB. Data ergo LB, maiori extremarum in ordine quatuor continuè proportionalium, & CA, differentia secundæ, & quartæ, inueniatur CB, differentia primæ, & tertiæ (quomodo autem huiusmodi problemata solida construantur edoctum fuit à quamplurimis; sed Herculeas metas in infinitum transcendit nobilissimus, & clarissimus Geometra Renatus Franciscus Slusius Leodiensis in suo admirabili Mesolabo, in quo hæc infinitis enucleat modis per circulum, & ellipsim; & per circulum, & hyperbolam) & à puncto C, erigatur CA, & diametro LB, ordinatim applicata AC, inueniatur semiellipsis, cuius semiportio AGBC, erit quæsita. Namque, quum in serie quatuor continuè proportiona-

Ee lium

lium sit BL, maxima extremarum, & BC, differentia inter primam, & tertiam; erit LC, tertia. Cum autem CA, sit differentia inter secundam, & quartam, & ex proposit. anteced. sit vt prima ad tertiam, ita quadratum differentiæ inter primam, & tertiam, ad quadratum differentiæ inter secundam, & quartam, erit vt BL, ad LC, ita quadratum BC, ad quadratum AC. Et conuertendo, vt LC, ad LB, ità quadratum AC, ad quadratum CB. Quare ex schol. pri. prop. 68. solidum ex BOC, erit sphæra. Factum est ergo &c. Quod &c.

PROPOSITIO LXXII.

Datam BL, sectam in C. Erigere à puncto C, CA, & inuenire portionem ellipsis, vt in proposit. antecidentibus.

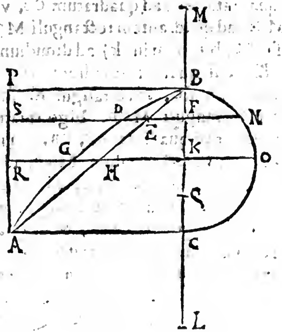
Fiat vt BL, ad LC, ita BC, ad BM, & à puncto C, erigatur CA, media proportionalis inter CB, BM. Ipsa erit quæsita. Res facilè patebit.

PROPOSITIO LXXIII.

Si in quolibet conoide hyperbolico quadratum radij basis sit ad quadratum axis, vt composita ex axi, & diametro transuersa, ad ipsam diametrum transuersam. Excessus conoidis supra conum, vt explicatum est, erit æqualis sphæræ. Si sit in maiori ratione; dictus excessus erit æ-

qua-

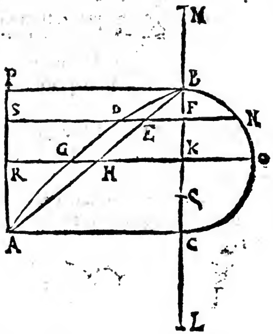
qualis sphæroidi cuius minor axis erit axis conoidis. Si sit in minori ratione; erit æqualis sphæroidi cuius maior axis erit axis conoidis.



INtelligamus AGBC, esse quamlibet semihyperbolam, cuius basis AC, axis BC, diameter transuersa BM, & sit BOC, semifigura ex cuius rotatione circa BC, oriatur solidum æquale excessui conoidis supra conum, vt dictum fuit. Affirmo primo, quod si quadratum AC, sit ad quadratum

CB, vt CM, ad MB; erit solidum ex BOC, sphæra. Nam, cum ex hypothesi, sit quadratum AC, ad ad quadratum CB, vt CM, ad MB: nempe vt quadrans MC, ad quadrantem MB: nempe (sumpta communi altitudine BC) vt quadrans rectanguli MCB, ad quadrantem rectanguli MBC. Erunt quatuor quadrata AC, ad quadratum CB, vt rectangulum MCB, ad quadrantem rectanguli MBC: nempe (diuisa BC, bifariam in k) ad dimidium rectanguli MBK. Ast quatuor quadrata AC, sunt ad vnum quadratum AC, vt rectangulum MCB, ad quadrantem rectanguli MCB. Ergo quatuor quadrata AC, erunt ad quadrata AC, CB, simul, seù ad quadratum AB, vt rectangulum MCB, ad sui quadrantem, vna cum besse rectanguli MBk: nempe ad rectangulum MkB (nam cum rectangulum MCB, diuidatur in rectangulum MBC, & in quadratum BC; quod æquatur quatuor quadratis Bk, sicuti rectangulum MBC, æquatur duobus rectangulis MBk. Quare eius quadrans erit vnum quadratum Bk, cum dimidio rectanguli MBk. Quod cum alio dimidio facit vnum rectangulum MBk. Quod cum quadrato Bk, facit rectangulum MkB.) Pariter ex ratione hyperbolæ, est vt rectangulum MCB, ad rectangulum MkB, sic quadratum AC, ad quadratum GK: nempe sic quatuor quadrata AC, ad quatuor quadrata Gk. Ergo quatuor quadrata AC, ad quadratum AB, & ad quatuor quadrata GK, erunt in eadem ratione. Quare quatuor quadrata

GK,



G k, æquabuntur quadrato AB. Proindeque G k, erit dimidia AB. Vnde ex ſchol propoſit. 65. ſolidum ex BOC, erit ſphæra.

Sed ſit quadratum AC, ad quadratum CB, in maiori ratione, quam CM, ad MB. Dico ſecundo ſolidum ex BOC, eſſe ſph æroides, cuius minor ſemiaxis BK. Nam repetendo eadem veſtigia ſuperioris demonſtrationis, poſtremò concluderemus quatuor quadrata AC, eſſe ad quadratum AB, in maiori ratione quam rectangulum MCB, ad rectangulum MkB.

Et

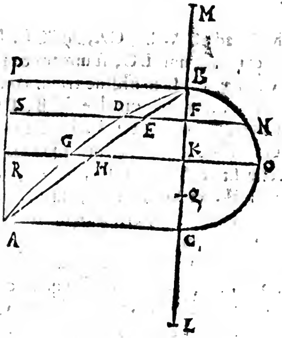
Et tandem quatuor quadrata AC, esse ad quadratum AB, in maiori ratione quam ad quatuor quadrata Gk. Et consequenter vnum quadratum GK, maius esse quadrato BH: nempe quadratis HK, kB. Et consequenter differentiam quadratorum Gk, KH; seu quadratum KO, maius fore quadrato K. Et kO, maiorem fore Bk.

Si denique quadratum AC, sit ad quadratum CB, in minori ratione quam CM, ad MB. Dico solidum ex BOC, esse sphæroides, cuius maior semiaxis BK. Quod facilè probabitur ad normam, & regulam antecedentium demonstrationum. Patet ergo veritas propositionis.

PROPOSITIO LXXIV.

Dato triangulo rectangulo ABC. Inuenire semihyperbolam AGBC, vt excessus conoidis ex ipsa rotata circa BC, supra conum ex ABG, sit æqualis sphæræ ex semicirculo BOC, cuius diameter axis semihyperbolæ.

AD hoc, vt problema construi possit requiritur vt AC, maior sit CB. Est namque ex proposit. anteced. quadratum AC, ad quadratum CB, vt CM, ad MB. Fiat ergo vt AC, ad CB, sic hæc ad CL, quæ erit multo minor CA. Denique fiat, vt excessus AC, supra CL, ad CL, sic CB, ad BM. Et diametro transuersa MB, axi BC, basi AC, inueniatur semihyperbola, quæ erit quæsita.



sita. Non immoramur circa demonstrationem, quia satis clara.

PROPOSITIO LXXV.

Datis rectis MC, & CA, inter se positis ad angulum rectum. Inuenire in MC, punctum B, vt descripta semihyperbola diametro transuersa MB; axi BC; basi AC, & ipsa reuoluta circa BC, excessus conoidis hy-

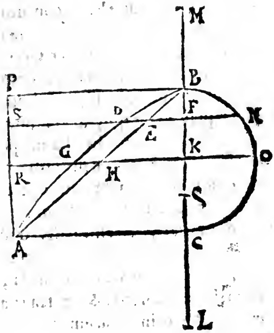
hyperbolici supra conum sit æqualis sphæræ ex semicirculo BOC.

Fiat vt MC, ad CA, sic CA, ad CL. Dataque vna extremarum LC, summaque mediæ, & alterius extremæ CM, in ordine trium continuè proportionalium distinguantur aliæ MB, BC, vt sit MB, ad BC, vt BC, ad CL. Et fiat semihyperbola AGBC, iuxta exigentiam. Quæ erit quæsita. Nam cum sit vt MB, ad BC, sic BC, ad CL, Erit componendo, vt MC, ad CB, ita BL, ad LC. Quare rectangulum MCL, erit æquale rectangulo LBC. Sed rectangulum MCL, est æquale quadrato AC (factum est namque supra, vt MC, ad CA, sic CA, ad CL.) Ergo rectangulum LBC, erit æquale quadrato AC. Fuit ergo LB, ad AC, vt AC, ad CB. Quare, & vt LB, ad BC, sic quadratum AC, ad quadratum CB. Pariter quoniam est vt LC, ad CB, sic hæc ad BM; erit componendo, LB, ad BC, vt CM, ad MB. Quare & vt CM, ad MB, sic quadratum AC, ad quadratum CB. Quare ex proposit. 73. solidum ex BOC, erit sphæra. Factum est ergo quod erat faciendum.

PROPOSITIO LXXVI.

Datam MC, sectam in B, erigere à puncto C, ipsam CA, & inuenire semihyperbolam AGBC, cuius diameter transuersa MB; axis BC; basis CA, vt excessus conoi-

conoidis supra conum sit æqualis sphæræ ex semicirculo BOC,



Fiat vt BM, ad MC, sic BC, ad CL, & à puncto C, erigatur CA, media inter BC, CL. Quæ erit quæsita. Erit enim conuertendo, vt CM, ad BM, sic LC, ad CB. Nempe sic quadratum AC, ad quadratum CB. Patet ergo propositum ex dictis.

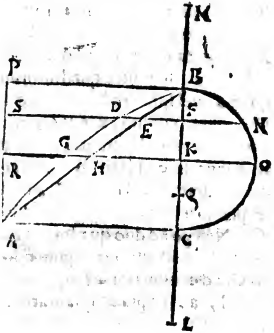
SCHOLIVM.

Vt licuit animaduertere, vniuersaliter manifestauimus in proposit. 65. excessum cuiuscunque portionis sphæræ, & sphęroidis, cuiuslibet conoidis parabolici, vel hyperbolici æqualem fore sphæræ, vel sphæroidi, cuius vna diameter esset axis portionis, vel conoidis. In subsequentibus verò propositionibus digito notauimus quotiescunque solidum illud præfato excessui ęquale extet sphęra, vel sphæroides; & in hoc casu, cuiusnam sit indolis. Ex proposit. autem 65. citata, facilè erit probare proposit. 53. vniuersalissimam, quam construximus in opere nostro sexaginta problematum Geometricorum, quam deduximus ibidem ex varijs Archimedis doctrinis. Nunc supposita quadam peculiari doctrina Archimedis; quæ vtique est geometris valdè nota, multa particularia circa dimensionem, & centra grauitatis particularium solidorum indagabimus. Quod autem supponemus, & ex cuius præmissione reliqua hauriemus, est, cylindrum circumscriptum sphæræ, vel sphęroidi esse eius sesquialterum. Veluti cylindrum circumscriptum cono fore eius triplum. His stabilitis, probabimus proposit. 53. sexaginta problematum geometricorum, quæ talis est.

PRO-

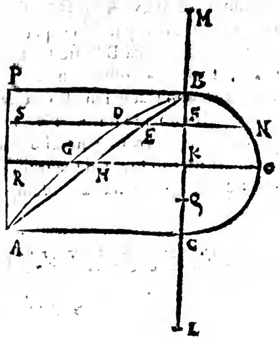
PROPOSITIO LXXVII.

Quodlibet conoides parabolicum, vel hyperbolicum, quælibet portio sphæræ, vel sphæroidis, & etiam conus, sunt ad conum super eadem basi, & circa eandem diametrum cum ipsis (secta diametro bifariam, & ordinatim ex puncto sectionis applicata linea) vt quadratum ordinatim applicatæ, cum quadrato portionis eiusdem ordinatim applicatæ interceptæ inter punctum diuisionis, & latus coni, ad duplum quadratum huius interceptæ.



SVpponamus ergo AGBC, semiportionem circuli, & ellipsis, vel semiparabolam, & semihype bolam, cum triangulo B A C, sibi inscripto rotari circa B C. Aio solidum genitum fore ad conum sibi inscriptum ex A B C (secta B C, in k, bifariam, & ordinatim applicata G k) vt quadrata G K, K H, ad duplum quadratum H K. Quod enim in cono sit ipse ad seipsum, vt duplum quadratum H k, ad idem duplum quadratum, pudet pronunciare. In reliquis sit sphera, vel spheroides ex B O C, ex proposit. 65. æqualis excessui solidi supra conum sibi inscriptum. Quoniam cylindrus ipsi circumscriptus est sphæræ, vel spheroidis sesquialter: erit ad ipsam vt quadratum O k, seu differentia quadratorum G k, K H (ex hypothesi equalis quadrato O k) ad duas tertias talis quadrati O k; seu differentiæ quadratorum G k, K H. Ergo sphæra, vel sphæroides, vel excessus solidi ex A G B C, supra conum ex A B C, erit ad talem conum, vt duæ tertiæ differentiæ quadratorum G k, k H, ad trientem quadrati A C. Nempe vt tota differentia quadratorum G k, K H; ad trientem cum sextante quadrati A C. Nempe ad dimidium quadrati A C. Nempe ad duo quadrata H k, quia H k, dimidia A C. Erit ergo componendo, solidum ex A G B C, ad conum sibi inscriptum, vt quadrata G k, K H, ad duplum quadratum H k. Quod &c.

SCHO-



SCHOLIVM.

Ex hac proposit. suo modo probata in proposit. 53. sexaginta problematum geometricorum, & ex quadam doctrina pariter suo modo deducta in proposit.46. Miscell Hyperb. quæ affirmat, quod centrum grauitatis excessus solidi ex AGBC, supra conum ex ABC, erit K, medium punctum BC; quam postea in schol. 2. proposit. 64. huius primæ par-

partis deduximus vniuersaliter manifestauimus in proposit. 47. citat. Miscell. Hyperb. Quod centrum grauitatis cuiuslibet solidi ex A G B C, semiportione circuli, & ellipsis, semiparabola quadratica, vel semihyperbola, rotatis circa B C, sic secabit BC, vt pars terminans ad B, sit ad reliquam, vt quadratum G K, ordinatim applicatæ à medio puncto K, ipsius B C, vna cum duplo quadrato H K, ad quadratum G K. Ex dictis doctrinis generalibus deductis à nobis peculiari methodo, deducentur reliqua prædictorum solidorum particularia. Nempe primo.

PROPOSITIO LXXVIII.

Cylindrus circumscriptus conoidi parabolico quadratico est eius duplus.

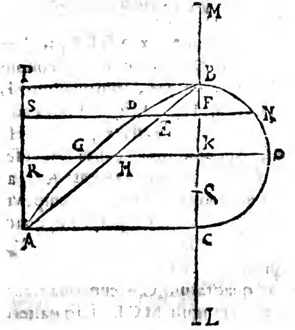
SVpponamus omnia quæ supra, & A G B C, esse semiparabolam quadraticam rotatam cum rectangulo P C, sibi circumscripto circa B C. Dico cylindrum duplum fore conoidis. Nam in ipso, quadratum ex G K, est subduplum quadrati A C, sicuti k B, est subdupla B C. Cum verò sit quadratum H K, subquadruplum quadrati A C. Erit quadratum G K, duplum quadrati H k. Cum verò sit conoides ad conum ex A B C, vt quadratum G K, cum quadrato H k, ad duplum quadratum H k: nempe in ratione sesquialtera. Erit conoides ad cylindrum

ex

ex PC, triplum coni, in ratione subdupla. Quare patet proposit.

PROPOSITIO LXXIX.

Centrum grauitatis conoidis parabolici quadratici, sic diuidit eius axim, vt pars ad verticem sit ad reliquam vt 2. ad 1.



Nam

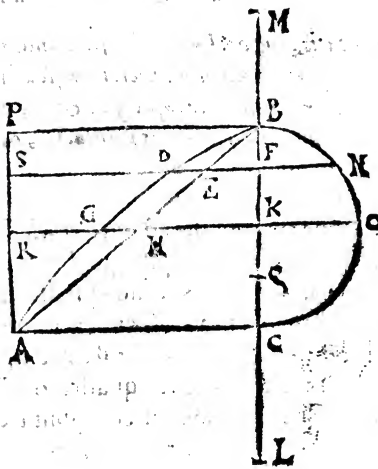
NAm in conoide parabolico, quadratum GK, cum duobus quadratis HK (nempe quatuor quadrata HK) sunt ad quadratum GK, seu ad duplum quadratum HK, in ratione dupla.

PROPOSITIO LXXX.

Cylindrus circumscriptus conoidi hyperbolico, est ad ipsum, vt composita ex axi, & ex latere transuerso, ad dimidiam lateris transuersi, vna cum triente axis.

COnoidis hyperbolici ex AGBC, sit diameter transuersa MB. Nam, quoniam conoides est ad conum, vt quadratum GK, cum quadrato HK, ad duplum quadratum HK. Erit conoides ad cylindrum, vt idem antecedens ad sex quadrata HK. Et conuertendo, erit cylindrus ad conoides, vt sex quadrata HK, seu sesquialterum quadrati AC, ad quadratum GK, vna cum quadrato HK; nempe vna cum quadrante quadrati AC. Cum verò sit quadratum AC, ad quadratum GK, vt rectangulum MCB, ad rectangulum MKB: erit etiam sesquialterum quadrati AC, ad quadratum GK, cum quadrante quadrati AC, vt rectanguli MCB, sesquialterum, ad rectangulum MKB, vna cum quadrante rectanguli MCB. Porrò sesquialterum rectanguli MCB, est æquale sex quadratis BK, & tribus rectangulis MBK: nempe tribus rectangulis sub MC, & BK.

Et



Et pariter rectangulum MKB, cum quadrante rectanguli MCB, est æquale rectangulo sub composita ex MK, ex kB, & ex besse MB, & sub BK. Ergo cylindrus erit ad conoides vt triplum rectangulum sub MC, in BK, ad rectangulum sub eadem BK, & sub dicta composita. Nempe (propter eandem altitudinem BK) vt tripla MC, ad compositam ex MK, & KB, & ex dimidia MB. Nempe vt BC, ad dimidiam MB, cum triente BC. Quod &c.

PROPOSITIO LXXXI.

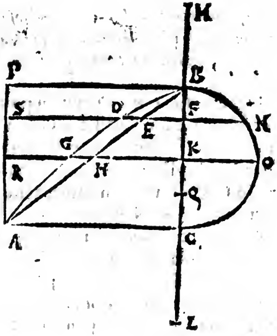
Centrum grauitatis conoidis hyperbolici sic diuidit ipsius diametrum, vt pars terminas ad verticem sit ad reliquam, vt composita ex diametro transuersa, & ex subsesquitertia axis, ad dimidium lateris transuersi, cum quarta parte axis.

NAm cum pars ad B, sit ad partem ad C, vt quadratum GK, cum duplo quadrato HK, seù cum dimidio quadrati AC, ad quadratum GK. Nempe, vt rectangulum MkB, cum dimidio rectanguli MCB, ad rectangulum MkB. Nempe vt duplum rectangulum MkB, cum quadrato kB, ad rectangulum MkB. Nempe vt composita ex dupla Mk, & ex kB, ad Mk. Erit etiam pars ad B, ad partem ad C, vt Mk, cum dimidia kB; ad dimidiam MK. Nempe vt MB, cum subsesquitertia BC, ad dimidiam MB, cum dimidia Bk, seù cum quadrante BC.

PROPOSITIO LXXXII.

Si AGBC, sit qualibet semiportio circuli, & ducta BA, diuisaque BC, bifariam in K, sit ducta KHG, parallela AC. Due tertiæ quadratorum GK, KH, erunt æquales dimidio quadrati AC, & sextanti quadrati CB.

Nam



NAm quadratum GK, æquatur rectangulo LKB; seù LKC; seù LCk, cum quadrato CK. Quadratum Hk, est æquale quadranti quadrati AC; seù rectanguli LCB: nempe dimidio rectanguli LCk. Ergo quadrata GK, KH, erunt æqualia rectangulo LCK, eius dimidio, & quadrato CK. Quare duæ tertiæ quadratorum GK, KH, erunt æquales rectangulo LCk; seù dimidio quadrato AC; & duabus tertijs quadrati Ck, seù sextanti quadrati CB. Quod &c.

PROPOSITIO LXXXIII.

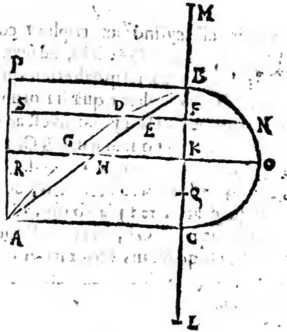
Cylindrus circumscriptus portioni sphæræ, est ad ipsam, vt quadratum radij suæ basis, ad dimidium quadrati radij basis portionis, vna cum sextante quadrati axis.

SIt B L, diameter sphæræ. Quoniam portio est ad conum ex A B C, vt quadrata G K, K H, ad duplum quadratum H K, seu ad dimidium quadrati A C. Erit portio ad cylindrum, cuius radius basis A C, qui est triplus coni, vt idem antecedens ad sesquialterum quadrati A C. Nempe vt horum subsesquialtera. Nimirum ex propo it. anteced. vt dimidium quadrati A C, vna cum sextante quadrati C B, ad quadratum C A. Sed cylindrus radij C A, est ad cylindrum circumscriptum portioni, vt quadratum A C, ad quadratum radij basis cylindri. Quare ex æquali, & conuertendo, erit cylindrus portioni circumscriptus ad ipsam, vt quadratum radij basis cylindri, ad dimidium quadrati A C, vna cum sextante quadrati C B.

SCHOLIVM.

Ex progressu autem demonstrationis, ac ex circuli natura deducetur, quod cylindrus super eadem basi cum portione, vel circumscriptus, portioni non maiori hemisphærio, erit ad ipsam, vt L C, radius reli-

quæ



quæ portionis, ad sui dimidiam, vna cum sextante BC. Quod cum nimis sit obuium, non retardabit quin ad alia procedamus.

PROPOSITIO LXXXIV.

Cylindrus circumscriptus portioni sphæroidis, est ad ipsam, vt quadratum radij basis cylindri, ad sextantem quadrati radij basis portionis, vna cum duabus tertijs quadra-

drati lineæ ordinatim applicatæ, & secantis axim portionis bifariam.

NAm portio est cylindrum triplum coni ex A B C, vt quadrata G k, k H, ad sextuplum quadrati H k; nempe ad sesquialterum quadrati A C: nempe vt subsesquialtera quadratorum G K, K H, ad quadratum A C. Hic cylindrus est ad cylindrum circumscriptum, vt quadratum A C, ad quadratum radij circumscripti. Ergo ex æquali, & conuertendo, erit cylindrus circumscriptus, ad ipsam portionem, vt quadratum radij suæ basis, ad subsesquialterum quadratorum G k, k H. Sed quoniam quadratum H k, est quadrans quadrati A C, eius subsesquialterum erit vna sexta quadrati A C. Quare patet propositum.

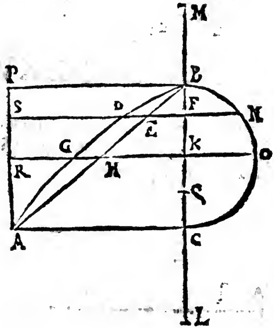
SCHOLIVM.

Sed hæc propositio potuisset aliter proponi, dicendo nimirum, esse cylindrum ad portionem, vt rectangulum sub partibus L B, correspondentibus radij basis cylindri; nimirum si portio non sit maior hemisphæroide, vt rectangulum L C B; si sit maior, vt quadratum dimidiæ B L, ad rectangulum L C k, vna cum sextante quadrati C B. Ex quibus deducetur, quod cylindrus super eadem basi cum portione, erit ad ipsam, vt L C, ad sui dimidiam, cum sextante C B. Hauriat hæc lector proprio marte.

PRO-

PROPOSITIO LXXXV.

Centrum grauitatis portionis sphæræ, vel sphæroidis sic diuidit axim, vt pars ad verticem sit ad reliquam, vt quadruplus axis reliquæ portionis, vna cum axi portionis, ad axim portionis, vna cum duplo axi reliquæ portionis.

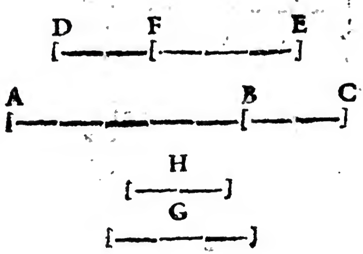


Cum

CVm enim sit pars ad B, ad partem ad C, vt quadratum G K, vna cum duplo quadrato H K, seù cum dimidio quadrati A C, ad quadratum G k. Nimirum vt rectangula L K B, seù L k C, & L C k, ad rectangulum L k B, seù L k C. Et (cum propter communem altitudinem C k) sint rectangula LkC, L C k ad rectangulum L k C, vt dupla L C, cum Ck, ad L k. Erit etiam pars ad B ad partem ad C, vt dupla L C, cum C k, ad L K. Nempe vt harum duplæ; scilicet vt quadrupla L C, cum C B, ad duplam L C, cum C B. Quod &c.

PROPOSITIO LXXXVI.

Datam lineam taliter producere, vt quadratum compositæ ex data cum producta, sit ad excessum ipsius supra quadratum datæ, in data proportione.



Data

DAta linea sit AB, & data ratio sit quam habet DE, ad EF. Oportet taliter producere AB, in C, vt quadratum AC, sit ad excessum ipsius supra quadratum AB, vt DE, ad EF.

Fiat vt ED, ad DF, sic BA, ad G, & inter BA, G, sit media proportionalis H, & fiat vt H, ad AB, sic AB, ad AC. Dico AC, esse quæsitam. Nam cum H, sit media inter G, & AB, erit vt G, ad AB, sic quadratum H, ad quadratum AB. Sed supra factum fuit ED, ad DF, vt BA, ad G: vndè est conuertendo, DF, ad DE, vt G, ad AB. Ergo erit etiam vt DF, ad DE, sic quadratum H, ad quadratum AB. Sed quoniam tres H, AB, AC, sunt continuè proportionales, vndè est vt quadratum H, ad quadratum AB, sic quadratum AB, ad quadratum AC. Ergo erit etiam vt DF, ad DE, sic quadratum AB, ad quadratum AC. Quare conuertendo, & per conuersionem rationis, erit DE, ad EF, vt quadratum AC, ad excessum sui supra quadratum AB. Factum est ergo &c. Quod &c.

SCHOLIVM.

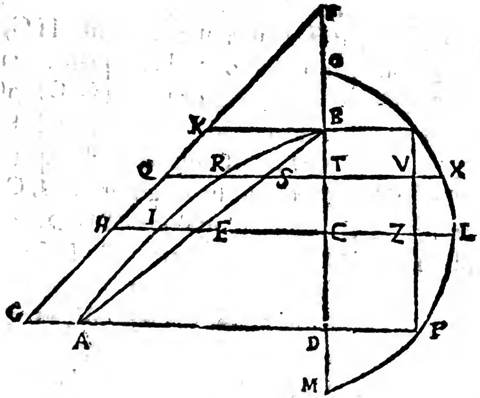
Ostendimus in schol. 2. proposit. 64. quod vniuersaliter si in quolibet conoide hyperbolico ex reuolutione semihyperbolæ AIBD, circa axim BD, sit inscriptus conus ex triangulo ABD, centrum grauitatis excessus conoidis supra conum esset medium

punctum B D. Pariter manif stauimus in schol. proposit. 20. Miscell. Hyperbol quod si F, sit centrum hyperbolæ genitricis conoidis, & F G, eius asymptotus, & intelligamus conum ex triangulo G F D, cum eius segmento ex G k B D, manifestauimus inquam, centrum grauitatis excessus frusti conici ex G k B D, supra conoides ex A I B D, esse medium punctum B D. Ex his ergo licebit agnoscere, centrum grauitatis excessus frusti conici supra conum ex triangulo A B D, inscriptum in conoide esse medium punctum ipsius B D. Sed hoc, cum alijs non iniucundis statim apparebunt, ex antecedent. propositione.

PROPOSITIO LXXXVII.

Si in hoc schemate B D, secetur bifariam in C, & ducatur C E I H, parallela G D, quæ sic producatur ad L, vt C L, possit differentiam quadratorum H C, C E, & C B, sic producatur ad O, vt sit quadratum C O, ad differentiam quadratorum C O, C B, vt differentia quadratorum H C, C E, ad differentiam quadratorum H C, C I, & semiaxibus C O, C L, sit semiellipsis vel semicirculus O L M, & à punctis B, D, ducantur B N, D P, ordinatim applicatæ. Solidum ex quadrilatero G K B A, reuoluto circa B D, est æquale tam secundum totum, quam secundum partes proportionales segmento sphæroidis, vel sphæræ orto ex reuolutione B N L P D, circa B D.

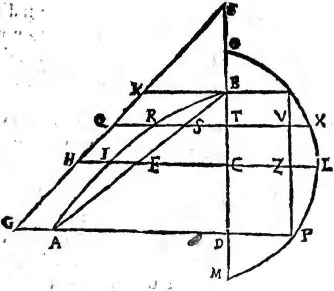
Quo-



QVoniam enim est ex constructione, quadratum CO, seu rectangulum MCO, ad differentiam quadratorum CO, CB, seu ad rectangulum MBO, vt differentia quadratorum HC, CE, ad differentiam quadratorum HC, CI. Et vt rectangulum MCO, ad rectangulum MBO, sic quadratum CL, ad quadratum BN. Ergo vt quadratum CL, ad quadratum BN, sic differentia quadratorum HC, CE, ad differentiam quadratorum HC, CI. Et permutando. Sed quadratum CL, æquatur, ex constructione, differentiæ quadratorum HC, CE. Ergo etiam quadratum BN, æquabitur differentiæ quadratorum HC, CI. Ducatur NP, vt sumpto in BD, quolibet puncto T, per ipsum tran-

seat QX, parallela HL, secans omnia vt in schemate. Quoniam differentia quadratorum QT, TR, est æqualis differentiæ quadratorum HC, CI, quia ex 2. coni. proposit. 10. ambæ æquales quadrato KB: & differentia quadratorum HC, CI, ostensa fuit æqualis quadrato BN. Ergo etiam differentia quadratorum QT, TR, erit æqualis quadrato BN, seù TV. Sed cum sit quadratum LC, ad quadratum XT, vt rectangulum MCO, ad rectangulum MTO: & ad quadratum BN, seù TV, vt ad rectangulum MBO. Erit quadratum LC, ad differentiam quadratorum XT, TV, vt rectangulum MCO, ad differentiam rectangulorum MTO, MBO: nempe ad rectangulum DTB. Sed pariter cum sit per conuersionem rationis, quadratum CL, ad excessum ipsius supra quadratum BN, seù CZ, vt rectangulum MCO, ad excessum ipsius supra rectangulum MBO: nempe ad quadratum BC, seù ad rectangulum DCB. Et conuertendo, sit differentia quadratorum LC, CZ, ad quadratum CL, vt rectangulum DCB, ad rectangulum MCO. Erit ex æquali, differentia quadratorum CL, CZ, ad differentiam quadratorum XT, TV, vt rectangulum DCB, ad rectangulum DTB. Nempe ex proposit. 64. vt differentia quadratorum IC, CE, ad differentiam quadratorum RT, TS. Et permutando. Sed differentia quadratorum IC, CE, est æqualis differentiæ quadratorum LC, CZ. Quare etiam differentia quadratorum RT, TS, erit

æqua-



æqualis differentiæ quadratorum XT, TV. Quare tota differentia quadratorum QT, TS, erit æqualis quadrato TX. Quare etiam armilla circularis ex QS, erit æqualis circulo radij TX. Ergo solidum ex quadrilatero æquale segmento sphæiæ, vel sphæroidis ex BNLPD. Quod &c.

SCHOLIVM.

Patet ergo qualiter centrum grauitatis solidi ex dicto quadrilatero sit medium punctum BD, sicuti est etiam centrum grauitatis frusti sphæræ, vel sphæroidis. Item cum vniuersaliter traditum sit in proposit. 8. qualiter assignandum sit centrum grauitatis

cuius-

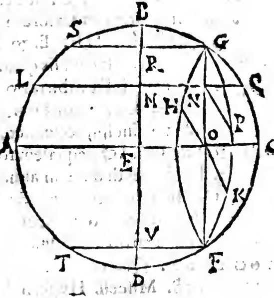
cuiuslibet portionis illius segmenti, v. g. geniti ex reuolutione B N X T: modus ille reperiendi dictum centrum grauitatis idem erit cum modo notandi centrum grauitatis solidi ex quadrilatero Q k B S. Alia autem poterunt deduci, quæ lectori facilè spontè se offerent.

Tantummodò adnotabimus, solidum ex O L M, quod diximus esse vel sphæram, vel sphæroides, esse sphæram solum quando solidum æquale excessui conoidis ex A I B D, supra conum ex A B D, est sphæra. Quod quandò accidat, traditum fuit supra. Quod verò tunc sit sphæra, non iniucundè patebit. Non est difficultas, quod in tali casu, dictus excessus æquatur sphæræ diametri B D, seu sphæræ diametri N P. Supponamus O M, æqualem fore in schemate sequenti B D; C L, ipsi E C, O L B, ipsi B C D; C Z, N P, ipsis E O, G F; & intelligamus solidum A B C D, ortum ex reuolutione B C D, circa B D, quod sit sectum plano G K F, transeunte per G F, erecto B C D. Patuit in proposit. 5. pri. part. Miscel. Geomet. solidum ex G P F, circa G F, esse vel sphæram, vel sphæroides. Sphæra quando solidum A B C D, est sphæra: sphæroides quando est sphæroides. Nec quando vnum est sphæroides aliud potest esse sphæra. Applicentur hæc ad rem nostram, & clarè conspicietur veritas asserti.

PRO

PROPOSITIO LXXXVIII.

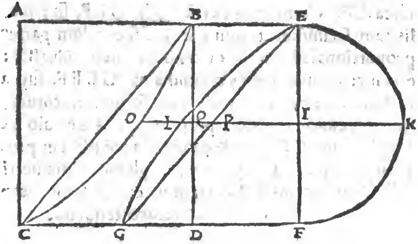
Si quęlibet semihyperbola cum triangulo sibi inscripto rotetur circa secundam coniugatam diametrum, Annulus latus ex excessu semihyperbolæ supra triangulum, erit ęqualis tam secundum totum, quam secundum partes proportionales sphęrę, vel sphęroidi, cuius vnus axis eadem secunda coniugata diameter.



ESto ABOC, quęlibet semihyperbola, cuius axis AB; basis AC; centrum E; secunda coniugata diameter EF; & sit super diametro EF, semi-

semicirculus, vel semiellipsis EKF. Dico annulum ortum ex reuolutione BOCB, circa EF, esse ęqualem tam secundum totum, quam secundum partes proportionales sphæræ, vel sphęroidi ex EkF. Sit EG, asymptotus hyperbolæ, & AD, rectangulum ei circumscriptum. Quoniam quadratum CF, est ęquale tam quadrato FG, & excessui sui supra ipsum, quam quadrato FD, & excessui sui supra ipsum; erit quadratum FG, cum differentia quadratorum CF, FG, ęquale quadrato FD, cum differentia quadratorum CF, FD. Sed ex 2. conic. proposit. 11. est differentia quadratorum CF, FG, ęqualis quadrato BE, seù DF, Ergo differentia quadratorum CF, FD, erit ęqualis quadrato GF. Eodem pacto sumpto in EF, arbitrario puncto I, & acta Ok, parallela CF, secante omnia prout in diagrammate, iisdem principijs ostendetur differentiam quadratorum OI, IQ, ęqualem fore quadrato PI. Ex quibus facilè deducetur annulum ex trilineo mixto COBD, rotato circa EF, æqualem fore tam secundum totum, quam secundum partes proportionales cono orto ex triangulo GEF, pariter rotato circa EF. Quæ omnia etiam sunt deducta in proposit. 18. Miscell. Hyperbolici. Tunc non est difficultas, quod si CB, FE, producantur ad partes BE, concurrent, & triangulum constituent. Vndè certum est, quod si intelligamus rotari trapezium CBEF, circa EF, & frustum conicum indè genitum secari per BD, semiplano erecto ipsi

tra-

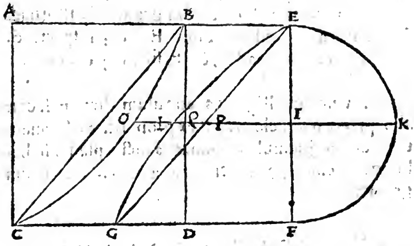


trapezio, & ex hoc ſemiplano pariter rotato circa B D, generari ſolidum rotundum, quod ex propoſit. 1. primæ part. Miſcell. Geometrici, erit ęquale tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales annulo lato ex triangulo C B D, ciato circa E F; certum inquam eſt ex prim. conic. propoſit. 12. dictum ſolidum rotundum, cuius axis B D, eſſe conoides hyperbolicum, cuius radius baſis poterit quadratum æquale differentiæ quadratorum C F, F D: ac proinde tale quadratum æquabitur quadrato G F; & conus ex G E F, erit idem cum cono inſcripto in illo conoide hyperbolico. Sit ergo G L E F, illa ſemihyperbola ex cuius gyratione circa E F, oriatur conoides illud, quod æquatur tam ſe-

cundum totum, quam secundum partes proportionales annulo lato ex reuolutione trianguli CBD, circa EF. Cum conus ex triangulo GEF, sit ęqualis tam secundum totum, quam secundum partes proportionales annulo ex trilineo mixto COBD: etiam reliquus excessus conoidis ex GLEF, supra dictum conum, erit æqualis tam secundum totum, quam secundum partes proportionales annulo ex reuolutione COBC. Sed excessus conoidis ex proposit. 65. est æqualis sphæræ, vel sphæroidi diametri EF. Ergo etiam dictus annulus erit æqualis dictæ sphæræ, vel sphæroidi. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM I.

Sed quandò EkF, sit semicirculus, vel semiellipsis, & cuius naturæ, ignoramus vsque modò. Quod tamen facilè agnoscetur ex prop. 73. Erit enim sphęra, quandò excessus conoidis supra conum erit ęqualis sphęrę. Sphęroides verò, quando ęqualis sphæroidi. Erit ergo sphæra quandò productis CB, FE, concurrentibus in puncto, quod erit centrum semihyperbolæ GLEF, erit differentia quadratorum CF, FD (nempe quadratum GF) ad quadratum EF, vt composita ex EF, & ex duplicata intercepta inter E, & punctum concursus rectarum CB, EF, ad hanc duplam interceptam. Erit sphæroides, cuius minor axis EF, quandò differentia quadratorum CF, FD, erit ad quadratum FE, in maiori ratione,



tione, quam illa composita ad illam duplicatam. Erit tandem sphæroides, cuius maior axis E F, quando in minori ratione. &c.

SCHOLIVM II.

Cum ergo annulus ex C B O C, sit æqualis dictæ sphæræ, vel sphæroidi, & cum ipsa proportionaliter analogus: patet 1. v. g. medium punctum E F, esse centrum grauitatis dicti annuli.

Pariter centrum grauitatis partis annuli genitæ ex H B O, secare E I, vt pars ad E, sit ad partem ad I, vt quadrupla F I, cum I E, ad duplam F I, cum I E. Item centrum partis ex H C O, diuidere F I,

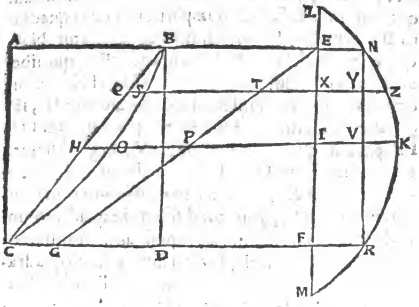
vt pars ad F, sit ad partem ad I, vt quadrupla EI, cum IF, ad duplam EI, cum IF. Quare si I, erit medium punctum EF, centra grauitatis illorum segmentorum annuli secabunt EI, IF, respectiuè, vt partes terminatæ ad E, & F, sint ad partes terminatas ad I, vt 5. ad 3.

Si verò intelligamus annulum dictum secari alio plano parallelo HI: ex proposit. 8. segmenti intermedij annuli terminati à dictis planis habebimus in correspondenti parte axis EF, centrum grauitatis.

PROPOSITIO LXXXIX.

Si in schemate supra posito secta EF, bifariam in I, sit ducta HI, parallela CP, AE, quæ sic producatur ad K, vt quadratum KI, sit æquale differentiæ quadratorum HI, IP, & IE, sic producatur ad L, vt quadratum IL, sit ad excessum ipsius supra quadratum IE, vt differentia quadratorum HI, IP, ad differentiam quadratorum OI, IP, & semiaxibus coniugatis LI, IK, inueniatur semicirculus, vel semiellipsis LKM, in quo sint ducta EN, FR, parallela IK. Erit annulus ex quadrilatero CBEG, reuoluto circa EF, æqualis tam secundum totum, quam secundum partes proportionales segmento sphæræ, vel sphæroidis ex ENKRF, reuoluta circa eandem EF.

Cum

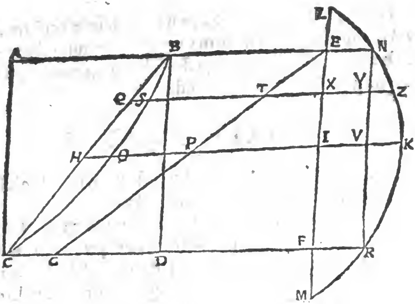


CVm enim sit ex hypothesi, differentia quadratorum HI, IP, ad differentiam quadratorum OI, IP (nempe ad quadratum BE, ei ęquale ex 2. conic. proposit. 11.) vt quadratum IL, seu rectangulum MIL, ad differentiam quadratorum IL, IE, scilicet ad rectangulum MEL; & vt rectangulum MIL, ad rectangulum MEL, sic quadratum KI, ad quadratum EN. Erit etiam vt differentia quadratorum HI, IP, ad quadratum BE, sic quadratum Ik, ad quadratum EN. Et permutando. Sed ex constructione, est differentia quadratorum HI,

IP,

I P, ęqualis quadrato I k. Ergo etiam quadrata B E, E N, erunt ęqualia. Sic deducemus differentiam quadratorum C F, F G, quæ pariter ęquatur quadrato B E, ęqualem fore quadrato F R. Ducatur N R, quę erit parallela L M, & sumpto in E F, quolibet alio puncto X, ducatur Q Z, parallela H K, secans omnia vt apparet. Differentia quadratorum HI, IP, ęquatur quadrato I k. Differentia quadratorum O I, I P, ęquatur quadrato E N, seù I V. Ergo differentia quadratorum H I, I O, ęquabitur differentiæ quadratorum K I, I V. Pariter differentia quadratorum Q X, X S, ęquabitur differentiæ quadratorum Z X, X Y. Nam elicitur ex propositionant.esse differentiam quadratorum HI, IO, ad differentiam quadratorum Q X, X S, vt rectangulum F I E, ad rectangulum F X E. Sed est etiam (& probabitur ad modum proposit. 87.) vt rectangulum F I E, ad rectangulum F X E, sic differentia quadratorum k I, I V, ad differentiam quadratorum Z X, X Y. Ergo erit etiam vt differentia quadratorum HI, IO, ad differentiam quadratorum Q X, X S, sic differentia quadratorum K I, I V, ad differentiam quadratorum Z X, X Y. Et permutando. Sed differentiæ quadratorum HI, IO, & kI, IV, sunt ostensæ ęquales. Ergo etiam differentiæ quadratorum Q X, X S; Z X, X Y, erunt ęquales. Sed pariter differentia quadratorum S X, X T, est ęqualis quadrato X Y. Ergo tota differentia quadratorum QX, XT, erit ęqualis quadrato XZ. Et armilla circularis ex QT, circa E F, erit ęqua-

lis



lis circulo radij XZ. Et hoc vbicunque sumatur punctum X. Ergo patebit totum annulum ex quadrilatero CBEG, æqualem fore segmento ex ENkRF, reuoluto circa EF, & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Centrum ergo grauitatis dicti annuli erit medium punctum EF. Et ex prop. 8. constabit qualiter

liter inueniendum sit centrum grauitatis cuiuslibet eius segmenti etiam intermedij.

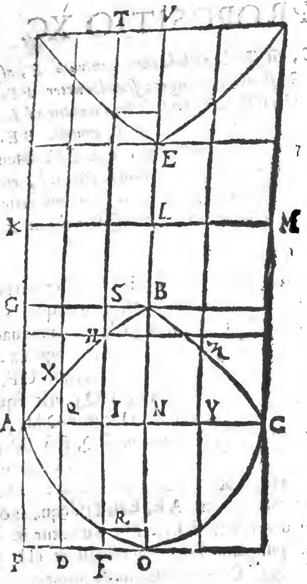
Diximus autem LKM, esse vel semicirculum, vel semiellipsim. Erit enim semicirculus, quando annulus ex CBOC, erit æqualis sphæræ. Semiellipsis verò, quando æqualis sphæroidi.

SCHOLIVM II.

In proposit. 25. Miscell. hyperb. & in schol. eiusdem ostendimus, quod annulus latus in schem. sequent. ex hyperbola ABC, reuoluta circa kM, secundam coniugatam diametrum, est proportionaliter analogus cum parabola quadratica AOC. Et in calce vltimi scholij, quod est etiam proportionaliter analogus cum sphæra, vel sphæroide, cuius vnus axis AC. Ex his ergo lector paruissimo labore assequetur, quod si rectangulo NBV, seù differentiæ quadratorum NL, LB, sit æquale quadratum NO, & intelligamus semiellipsim, seù semicirculum AOC: assequetur inquam annulum præfatum tam secundum totum, quam secundum partes proportionales æqualem fore sphæræ, vel sphæroidi ex AOC, circa AC.

Erit autem AOC, semicirculus quando NC, erit æqualis BL. Semiellipsis verò, quandò maior, aut minor; & illius naturæ, quæ facilè est agnoscibilis. Ex his concinnabitur.

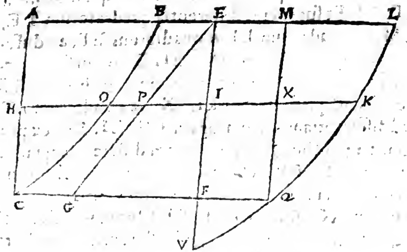
PRO-


T
V
E
K
L
M
G
S
B
H
n
X
A
Q
I
N
Y
C
R
P
D
F
O

PROPOSITIO XC.

Si ABC, sit semihyperbola cuius centrum E, asymptotus BG, secunda coniugata semidiameter EF, & latera AE, CF, rectanguli sic producantur ad L, Q, vt EL, sit æqualis AE, & FQ, æqualis BE. Et sit quadrans circuli, vel ellipsis ELQV. Annulus ex quadrilatero CAEG, reuoluto circa EF, erit æqualis tam secundum totum, quam secundum partes proportionales segmento sphæræ, vel sphæroidis ex ELQF, reuoluto circa EV.

CVm enim AE, EL, sint æquales; circuli quorum ipsæ semidiametri erunt æquales. Et pariter cum BE, FQ, sint æquales; etiam quadratum FQ, erit æquale quadrato BE: nempe ex 2. conic. proposit. 11. differentiæ quadratorum CF, FG. Et consequenter circulus radij FQ, erit æqualis armillæ ex CG, circa FE. Ducatur QM, parallela EF. Cum EM, sit æqualis FQ, seu BE; etiam quadrata BE, EM, erunt ęqualia. Cumque etiam quadrata tota AE, EL, sint ęqualia: etiam differentia quadratorum AE, EB, erit ęqualis differentiæ quadratorum EL, LM. Sumatur in EF, ad libitum punctum I, per quod transeat Hk, parallela ipsis AL, CQ, secans omnia prout conspicitur. Quoniam ex natura circuli, & ellipsis, est vt quadratum EL, ad quadratum FQ, seu EM, sic quadratum

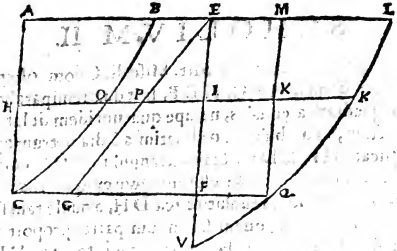


tum E V, ad differentiam quadratorum E V, E F. Ergo per conuersionem rationis, & conuertendo, erit differentia quadratorum E L, E M, ad quadratum E L, vt quadratum E F, ad quadratum E V. Sed quadratum E L, est ad quadratum I K, vt quadratum E V, ad differentiam quadratorum E V, E I. Ergo ex æquali, erit differentia quadratorum L E, E M, ad quadratum I k, vt quadratum E F, ad differentiam quadratorum E V, E I. Rursum est quadratum k I, ad quadratum F Q, seu I X, vt differentia quadratorum E V, E I, ad differentiam quadratorum E V, E F. Et per conuersionem rationis est quadratum I k, ad differentiam quadratorum k I, I X, vt differentia quadratorum E V, E I,

 ad

ad excessum sui supra differentiam quadratorum EV, EF: nempe ad differentiam quadratorum EF, EI. Et supra erat differentia quadratorum LE, EM, ad quadratum kI, vt quadratum EF, ad differentiam quadratorum EV, EI. Ergo rursum ex æquali, erit differentia quadratorum LE, EM, ad differentiam quadratorum kI, IX, vt quadratum EF, ad differentiam quadratorum EF, EI. Sed ex proposit. 25. Miscell. Hyperb. etiam differentia quadratorum AE, EB, est ad differentiam quadratorum HI, IO, vt quadratum AC, ad differentiam quadratorum AC, AH, seù EF, EI. Quare vt differentia quadratorum LE, EM, ad differentiam quadratorum kI, IX, sic differentia AE, EB, ad differentiam HI, IO. Et permutando. Sed differentia AE, EB, ostensa fuit æqualis differentiæ LE, EM. Ergo etiam differentia HI, IO, erit æqualis differentiæ KI, IX. Quare etiam armilla ex kX, circa EF, erit æqualis armillæ ex HO, circa EF. Cumque ex citat. proposit. 11. lib. 2. conic. sit differentia quadratorum OI, IP, æqualis quadrato BE, seù EM, seù IX: & consequenter armilla ex OP, circa EF, sit æqualis circulo radij IX. Erit etiam tota armilla ex HP, æqualis circulo radij IK. Et vbicunque sumatur punctum I. Ergo facilè concludetur, totum solidum ex quadrilatero CAEG, reuoluto circa EF, æquale fore præfato segmento sphærico, vel sphæroidali, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Quod &c.

SCHO-



SCHOLIVM I.

Centrum ergo grauitatis dicti annuli, ſicuti cuiuſlibet eius ſegmenti, ſecabit E F, vel eius partem correſpondentem, vt ſecatur à centro grauitatis dicti ſegmenti ſphærici, vel ſphæroidalis, vel eius ſegmenti correſpondentis. Hoc verò centrum aliquandò in propoſit. 8. traditum fuit. Quod ſi omnia intelligerentur duplicata ad partes A L; nihilominus continuaretur æqualitas, &c.

Erit autem ſegmentum ſphæræ, vel ſphæroidis, quando ſolidum ęquale annulo ex C A B, circa E F, erit vel hemiſphærium, vel hemiſphęroides, Quod quan-

qualia fore quadrato Dk, seu prædictis differentijs quadratorum. Vndè circuli radiorum MD, DK, erunt æquale. Item circulus radij SH, erit æqualis armillæ circulari ex CF. Veluti circulus ex LG, est æqualis armillæ ex BI. Quod si sumpto in DH, quolibet puncto V, ducatur RZ, parallela SC, MK: facilè constabit circulum radij RV, æqualem fore differentiæ quadratorum ZV, VX. Nam differentia quadratorum ZV, VY, est æqualis quadrato TV; & differentia quadratorum YV, VX, est æqualis differentiæ quadratorum RV, VT, vt quilibet nullo negotio deducet. Ergo patet propositum.

SCHOLIVM.

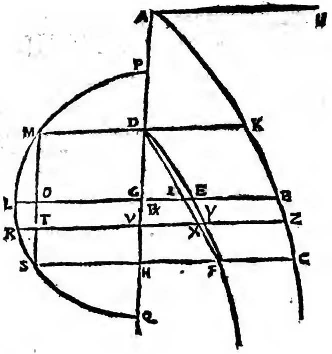
Centrum ergo grauitatis annuli ex DIFCk, erit G, medium punctum DH: sicuti ex proposit.8. constabit modus reperiendi centrum grauitatis segmenti cuiuslibet dicti annuli.

Sed cum in mentem veniat peculiaris modus indagandi centrum grauitatis frusti conoidis parabolici quadratici, nolumus ipsum omittere. Pro quo sit.

PROPOSITIO XCII.

Annulus ex quadrilatero DIFCK, est ad conum ex HDF, vt quadratum DK, vnà cum sextante quadrati HF, ad trientem quadrati HF.

Nam



NAm dictus annulus diuiditur in annulum ex DEFCK, & in excessum conoidis ex HDEF, supra conum ex HDF. Annulus ex DEFCk, est æqualis cylindro ex MH: vndè est ad conum ex HDF, vt quadratum MD, seù Dk, ad trientem quadrati HF. Excessus conoidis supra conum, quia coni subduplus, est ad conum, vt vna sexta quadrati HF, ad trientem dicti quadrati. Quare totus dictus annulus ad conum, vt quadratum

LI DK,

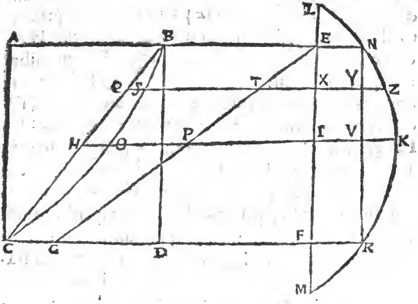
vt pars ad F, sit ad partem ad I, vt quadrupla EI, cum IF, ad duplam EI, cum IF. Quare si I, erit medium punctum EF, centra grauitatis illorum segmentorum annuli secabunt EI, IF, respectiuè, vt partes terminatæ ad E, & F, sint ad partes terminatas ad I, vt 5. ad 3.

Si verò intelligamus annulum dictum secari alio plano parallelo HI: ex proposit. 8. segmenti intermedij annuli terminati à dictis planis habebimus in correspondenti parte axis EF, centrum grauitatis.

PROPOSITIO LXXXIX.

Si in schemate supra posito secta EF, bifariam in I, sit ducta HI, parallela CF, AE, quæ sic producatur ad K, vt quadratum KI, sit æquale differentiæ quadratorum HI, IP, & IE, sic producatur ad L, vt quadratum IL, sit ad excessum ipsius supra quadratum IE, vt differentia quadratorum HI, IP, ad differentiam quadratorum OI, IP, & semiaxibus coniugatis LI, IK, inueniatur semicirculus, vel semiellipsis LKM, in quo sint ducta EN, FR, parallela IK. Erit annulus ex quadrilatero CBEG, reuoluto circa EF, æqualis tam secundum totum, quam secundum partes proportionales segmento sphæræ, vel sphæroidis ex ENKRF, reuoluta circa eandem EF.

Cum

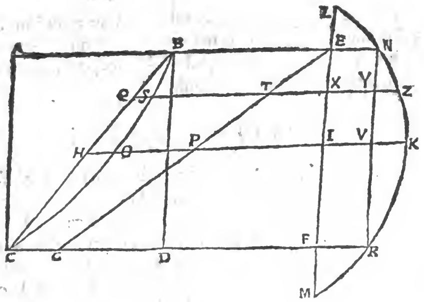


CVm enim sit ex hypothesi, differentia quadratorum H I, I P, ad differentiam quadratorum O I, I P (nempe ad quadratum B E, ei æquale ex 2. conic. proposit. 11.) vt quadratum I L, seu rectangulum M I L, ad differentiam quadratorum I L, I E, scilicet ad rectangulum M E L; & vt rectangulum M I L, ad rectangulum M E L, sic quadratum K I, ad quadratum E N. Erit etiam vt differentia quadratorum H I, I P, ad quadratum B E, sic quadratum I k, ad quadratum E N. Et permutando. Sed ex constructione, est differentia quadratorum H I,

I P,

I P, ęqualis quadrato I k. Ergo etiam quadrata B E, E N, erunt ęqualia. Sic deducemus differentiam quadratorum C F, F G, quæ pariter ęquatur quadrato B E, ęqualem fore quadrato F R. Ducatur N R, quę erit parallela L M, & sumpto in E F, quolibet alio puncto X, ducatur Q Z, parallela H K, secans omnia vt apparet. Differentia quadratorum HI, IP, ęquatur quadrato I k. Differentia quadratorum O I, I P, ęquatur quadrato E N, seù I V. Ergo differentia quadratorum H I, I O, ęquabitur differentiæ quadratorum K I, I V. Pariter differentia quadratorum Q X, X S, ęquabitur differentiæ quadratorum Z X, X Y. Nam elicitur ex proposit. ant. esse differentiam quadratorum HI, IO, ad differentiam quadratorum Q X, X S, vt rectangulum F I E, ad rectangulum F X E. Sed est etiam (& probabitur ad modum proposit. 87.) vt rectangulum F I E, ad rectangulum F X E, sic differentia quadratorum k I, I V, ad differentiam quadratorum Z X, X Y. Ergo erit etiam vt differentia quadratorum HI, IO, ad differentiam quadratorum Q X, X S, sic differentia quadratorum K I, I V, ad differentiam quadratorum Z X, X Y. Et permutando. Sed differentiæ quadratorum HI, IO, & kI, IV, sunt ostensæ ęquales. Ergo etiam differentiæ quadratorum Q X, X S; Z X, X Y, erunt ęquales. Sed pariter differentia quadratorum S X, X T, est ęqualis quadrato X Y. Ergo tota differentia quadratorum QX, XT, erit ęqualis quadrato XZ. Et armilla circularis ex Q T, circa E F, erit ęqua-

lis



lis circulo radij XZ. Et hoc vbicunque ſumatur punctum X. Ergo patebit totum annulum ex quadrilatero CBEG, ęqualem fore ſegmento ex ENkRF, reuoluto circa EF, & hoc tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Centrum ergo grauitatis dicti annuli erit medium punctum EF. Et ex prop. 8. conſtabit qualiter

liter inueniendum sit centrum grauitatis cuiuslibet eius segmenti etiam intermedij.

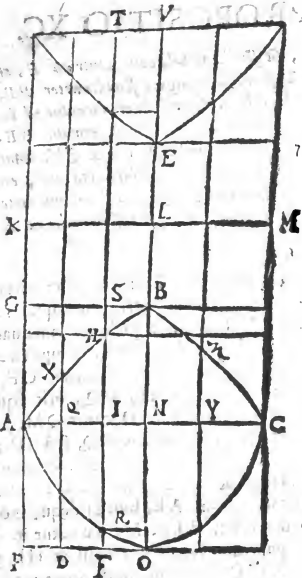
Diximus autem L K M, esse vel semicirculum, vel semiellipsim. Erit enim semicirculus, quando annulus ex C B O C, erit æqualis sphæræ. Semiellipsis verò, quando ęqualis sphęroidi.

SCHOLIVM II.

In proposit. 25. Miscell. hyperb. & in schol. eiusdem ostendimus, quod annulus latus in schem. sequent. ex hyperbola A B C, reuoluta circa k M, secundam coniugatam diametrum, est proportionaliter analogus cum parabola quadratica A O C. Et in calce vltimi scholij, quod est etiam proportionaliter analogus cum sphæra, vel sphæroide, cuius vnus axis A C. Ex his ergo lector paruissimo labore assequetur, quod si rectangulo N B V, seù differentiæ quadratorum N L, L B, sit ęquale quadratum NO, & intelligamus semiellipsim, seù semicirculum A O C: assequetur inquam annulum præfatum tam secundum totum, quam secundum partes proportionales æqualem fore sphæræ, vel sphæroidi ex AOC, circa A C.

Erit autem A O C, semicirculus quando NC, erit æqualis B L. Semiellipsis verò, quandò maior, aut minor; & illius naturæ, quæ facilè est agnoscibilis. Ex his concinnabitur.

PRO-



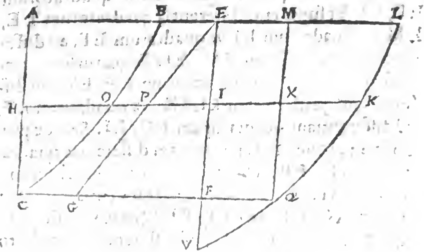
Kk PRO-

PROPOSITIO XC.

Si ABC, sit semihyperbola cuius centrum E, asymptotus BG, secunda coniugata semidiameter EF, & latera AE, CF, rectanguli sic producantur ad L, Q, vt EL, sit æqualis AE, & FQ, æqualis BE. Et sit quadrans circuli, vel ellipsis ELQV. Annulus ex quadrilatero CAEG, reuoluto circa EF, erit æqualis tam secundum totum, quam secundum partes proportionales segmento sphæræ, vel sphæroidis ex ELQF, reuoluto circa EV.

CVm enim AE, EL, sint æquales; circuli quorum ipsæ semidiametri erunt æquales. Et pariter cum BE, FQ, sint æquales; etiam quadratum FQ, erit æquale quadrato BE: nempe ex 2. conic. proposit. 11. differentiæ quadratorum CF, FG. Et consequenter circulus radij FQ, erit æqualis armillæ ex CG, circa FE. Ducatur QM, parallela EF. Cum EM, sit æqualis FQ, seu BE; etiam quadrata BE, EM, erunt æqualia. Cumque etiam quadrata tota AE, EL, sint æqualia: etiam differentia quadratorum AE, EB, erit æqualis differentiæ quadratorum EL, LM. Sumatur in EF, ad libitum punctum I, per quod transeat Hk, parallela ipsis AL, CQ, secans omnia prout conspicitur. Quoniam ex natura circuli, & ellipsis, est vt quadratum EL, ad quadratum FQ, seu EM, sic quadra-

tum

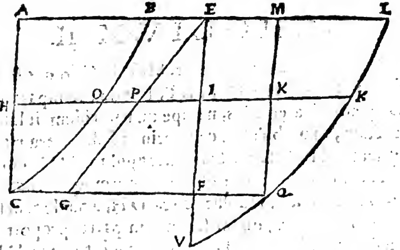


tum E V, ad differentiam quadratorum E V, E F. Ergo per conuersionem rationis, & conuertendo, erit differentia quadratorum E L, E M, ad quadratum E L, vt quadratum E F, ad quadratum E V. Sed quadratum E L, est ad quadratum I K, vt quadratum E V, ad differentiam quadratorum E V, E I. Ergo ex æquali, erit differentia quadratorum L E, E M, ad quadratum I k, vt quadratum E F, ad differentiam quadratorum E V, E I. Rursum est quadratum k I, ad quadratum F Q, seù I X, vt differentia quadratorum E V, E I, ad differentiam quadratorum E V, E F. Et per conuersionem rationis est quadratum I k, ad differentiam quadratorum k I, I X, vt differentia quadratorum E V, E I,

Kk 2 ad

ad excessum sui supra differentiam quadratorum EV, EF: nempe ad differentiam quadratorum EF, EI. Et supra erat differentia quadratorum LE, EM, ad quadratum kI, vt quadratum EF, ad differentiam quadratorum EV, EI. Ergo rursum ex æquali, erit differentia quadratorum LE, EM, ad differentiam quadratorum kI, IX, vt quadratum EF, ad differentiam quadratorum EF, EI. Sed ex proposit. 25. Miscell. Hyperb. etiam differentia quadratorum AE, EB, est ad differentiam quadratorum HI, IO, vt quadratum AC, ad differentiam quadratorum AC, AH, seù EF, EI. Quare vt differentia quadratorum LE, EM, ad differentiam quadratorum kI, IX, sic differentia AE, EB, ad differentiam HI, IO. Et permutando. Sed differentia AE, EB, ostensa fuit æqualis differentiæ LE, EM. Ergo etiam differentia HI, IO, erit æqualis differentiæ KI, IX. Quare etiam armilla ex kX, circa EF, erit æqualis armillæ ex HO, circa EF. Cumque ex citat. proposit. 11. lib. 2. conic. sit differentia quadratorum OI, IP, æqualis quadrato BE, seù EM, seù IX: & consequenter armilla ex OP, circa EF, sit æqualis circulo radij IX. Erit etiam tota armilla ex HP, æqualis circulo radij IK. Et vbicunque sumatur punctum I. Ergo facilè concludetur, totum solidum ex quadrilatero CAEG, reuoluto circa EF, æquale fore præfato segmento sphærico, vel sphæroidali, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Quod &c.

SCHO-



SCHOLIVM I.

Centrum ergo grauitatis dicti annuli, sicuti cuiuslibet eius segmenti, secabit E F, vel eius partem correspondentem, vt secatur à centro grauitatis dicti segmenti sphærici, vel sphæroidalis, vel eius segmenti correspondentis. Hoc verò centrum aliquandò in proposit. 8. traditum fuit. Quod si omnia intelligerentur duplicata ad partes A L; nihilominus continuaretur æqualitas, &c.

Erit autem segmentum sphæræ, vel sphæroidis, quando solidum ęquale annulo ex C A B, circa E F, erit vel hemisphærium, vel hemisphęroides, Quod

quan-

quando accidat, explicatum fuit in schol. 2. proposit. anteced.

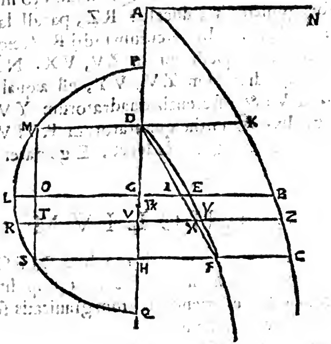
SCHOLIVM II.

In proposit. 26. prim. part. Miscell. Geom. ostendimus, quod si H A C, H D F, sint duæ semiparabolæ quadraticæ æquales, nempe quarum idem sit latus rectum, in quibus sint ordinatim ad diametrum applicatę H F C, D K, & sit rectangulum M H, cuius M D, sit æquale D K: esse annulum ex quadrilatero mixto FEDkC, reuoluto circa D H, æquale tam secundum totum, quam secundum partes proportionales cylindro ex M H, pariter reuoluto circa D H. Nunc ostendetur.

PROPOSITIO XCI.

Si in ijsdem semiparabolis ducatur D F, & secta bifariam D H, in G, ordinatim applicetur G B, quę sic producatur ad L, vt G L, possit differentiam quadratorum B G, G I, & G D, sic producatur ad P, vt quadratum G P, sit ad excessum sui supra quadratum G D, vt differentia quadratorum B G, G I, ad differentiam quadratorum B G, G E, seu vt quadratum L G, ad quadratum G O, & semiaxibus L G, G P, sit semicirculus, vel semiellipsis P L Q. Erit solidum ex quadrilatero mixto D I F C K, reuoluto circa D H, ęquale tam secundum totum, quam secundum partes proportiona-

tionales segmento sphæræ, vel sphæroidis ex DMLSH, reuoluto circa DH.



HÆc propositio facilè probabitur ad normam superiorum. Nam ex citat. proposit. 26. in schol. anteced. patet differentias quadratorum CH, HF; & BG, GE, æquales fore. Et sic de alijs, quia omnes æquales eidem quadrato DK. Item ex constructione patet quadrata MD, OG, SH, & reliquarum in MH, ductarum parallelarum MD, æ-

qualia

qualia fore quadrato D k, seu prædictis differentijs quadratorum. Vndè circuli radiorum M D, D K, erunt æquale. Item circulus radij S H, erit æqualis armillæ circulari ex C F. Veluti circulus ex L G, est æqualis armillæ ex B I. Quod si sumpto in D H, quolibet puncto V, ducatur R Z, parallela S C, M K: facilè constabit circulum radij R V, æqualem fore differentiæ quadratorum Z V, V X. Nam differentia quadratorum Z V, V Y, est æqualis quadrato T V; & differentia quadratorum Y V, V X, est æqualis differentiæ quadratorum R V, V T, vt quilibet nullo negotio deducet. Ergo patet propositum.

SCHOLIVM.

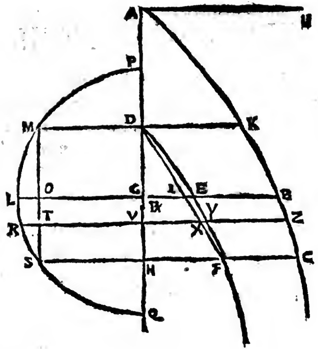
Centrum ergo grauitatis annuli ex D I F C k, erit G, medium punctum D H: sicuti ex proposit. 8. constabit modus reperiendi centrum grauitatis segmenti cuiuslibet dicti annuli.

Sed cum in mentem veniat peculiaris modus indagandi centrum grauitatis frusti conoidis parabolici quadratici, nolumus ipsum omittere. Pro quo sit.

PROPOSITIO XCII.

Annulus ex quadrilatero D I F C K, est ad conum ex H D F, vt quadratum D K, vna cum sextante quadrati H F, ad trientem quadrati H F.

Nam



NAm dictus annulus diuiditur in annulum ex DEFCK, & in excessum conoidis ex HDEF, supra conum ex HDF. Annulus ex DEFCk, est æqualis cylindro ex MH: vndè est ad conum ex HDF, vt quadratum MD, seù Dk, ad trientem quadrati HF. Excessus conoidis supra conum, quia coni subduplus, est ad conum, vt vna sexta quadrati HF, ad trientem dicti quadrati. Quare totus dictus annulus ad conum, vt quadratum

LI DK,

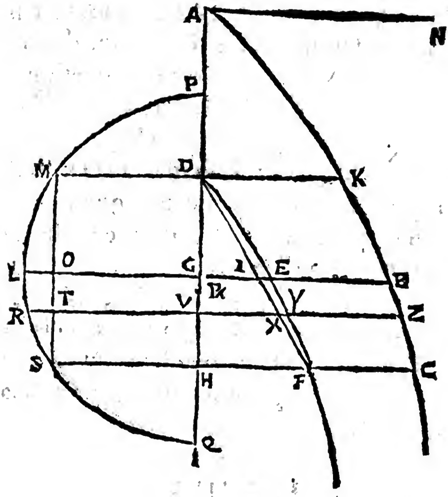
Dk, cum vna sexta quadrati HF, ad vnam tertiam eiusdem quadrati HF.

PROPOSITIO XCIII.

Centrum grauitatis frusti cuiuscunque conoidis parabolici quadratici sic diuidit axim eiusdem, vt pars terminans ad minorem basim sit ad terminatam ad maiorem, vt duo quadrata radij maioris basis, vna cum quadrato radij minoris basis, ad duplum huius quadrati, vna cum quadrato radij maioris basis.

SIt ℞, centrum grauitatis dicti frusti ex HDkC. Dico esse D℞, ad ℞H, vt duplum quadratum HC, cum quadrato Dk, ad duplum quadratum Dk, cum quadrato HC. Nam intelligatur semiparabola HDEF, cuius axis DH, idem cum axi frusti, quæ sit eiusdem lateris recti cum parabola, cuius HDKC, est segmentum, quæ cum triangulo HDF, sibi inscripto rotetur circa HD. Sit G, medium punctum DH, centrum grauitatis excessus frusti ex HDkC, supra conum ex HDF. & V, sit centrum grauitatis dicti coni. GV, erit quarta pars DH, & erit G℞, ad ℞V, vt conus ad dictum excessum: nempe ex proposit. anteced. vt triens quadrati HF, ad quadratum Dk, cum vna sexta quadrati HF. Et componendo, erit GV, ad V℞, vt vna tertia, cum vna sexta quadrati HF (nempe dimidium ipsius) vna cum quadrato DK, ad quadratum Dk, vna cum vna

sexta



ſexta quadrati H F. Quare D H, quadrupla G V, erit ad V ℞, vt quadruplum quadrati D K, vna cum duplo quadrati H F, ad quadratum D k, vna cum ſextante quadrati H F. Sed D H, eſt ad H V; vt quadruplum quadrati D k, vna cum duplo quadrati H F, ad quadratum D k, vna cum dimidio quadrati H F. Ergo erit D H, ad H ℞, ſimul, vt quadruplum quadrati D k, vna cum duplo quadrati H F, ad duplum quadrati D k, vna cum dimidio, & cum

vna sexta quadrati H F: nempe vna cum duabus tertijs quadrati HF. Quare diuidendo, erit D℞, ad ℞H, vt duo quadrata Dk, cum quatuor tertijs quadrati HF, ad duo quadrata DK, cum duabus tertijs quadrati HF. Nempe vt horum sesquialtera. Scilicet vt tria quadrata DK, vna cum duobus quadratis HF, ad tria quadrata Dk, vna cum quadrato HF. Sed quoniam quadrata Dk, HF, sunt æqualia quadrato HC; vnde tria quadrata DK, cum duobus quadratis HF, sunt ęqualia duobus quadratis HC, cum quadrato DK: & pariter tria quadrata DK, cum quadrato HF, sunt æqualia quadrato HC, cum duobus quadratis DK. Erit etiam D℞, ad ℞H, vt duo quadrata HC, cum quadrato Dk, ad duo quadrata DK, cum quadrato HC. Quod &c.

ALITER.

Sit G, medium punctum DH, centrum grauitatis, ex schol. proposit. 26. prim. part. Miscell. Geom. excessus frusti conoidis supra conoides ex HDEF. Et V, sit centrum grauitatis dicti conoidis. Ergo sic GV, erit vna sexta DH, & ordine tertia à basi, & HV, vna tertia HD, ęquabitur eiusdem duabus sextis. Cum ergo G, sit centrum excessus frusti supra conoides, & V, centrum conoidis, erit G℞, ad ℞V, reciprocè, vt conoides ad dictum excessum: nempe vt dimidium quadrati HF, ad quadratum Dk (est enim

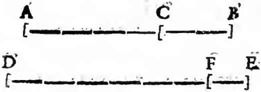
enim dictus excessus æqualis cylindro ex MH, seù cylindri cuius radius basis Dk; & conoides subduplum cylindri radij HF, sibi circumscripti.) Et componendo, erit GV, ad V℞, vt dimidium quadrati HF, vna cum quadrato DK, ad quadratum DK. Quare DH, sextupla GV, erit ad V℞, vt tria quadrata HF, cum sex quadratis Dk, ad quadratum DK. Sed est etiam ad HV, vt tria quadrata HF, cum sex quadratis Dk, ad vnum quadratum HF, cum duobus quadratis Dk. Quare erit DH, ad H℞, vt tria quadrata HF, cum sex quadratis Dk, ad quadratum HF, cum tribus quadratis DK. Quare diuidendo, erit D℞, ad ℞H, vt duo quadrata HF, cum tribus quadratis Dk, ad quadratum HF, cum tribus quadratis DH. Nempe rursum, vt quadrata duo HC, cum quadrato DK, ad duo quadrata Dk, cum quadrato HC. Quod &c.

SCHOLIVM.

Eximus Torricellius in lemmate ad proposit. 31. lib. 2. de motu proiectorum probat duas semiparabolas HAC, HDF, esse asymtotos. Hoc non modò verificatur de parabolis quadraticis, sed de quibuscunque, vt statim ostendemus præmisso sequenti lemmate.

PROPOSITIO XCIV.

Si D E, sit maior A B, & sint secta in C, & F; vt adhuc D F, sit maior A C, & excessus cuiuscunque potestatis D E, supra similem potestatem D F, sit æqualis excessui similis potestatis B A, supra similem potestatem A C. E F, erit minor B C.



V. G. si excessus cubi E D, supra cubum D F, sit æqualis excessui cubi B A, supra cubum A C, erit E F, minor C B. Et sic in alijs potestatibus. Non enim E F, potest esse æqualis C B. Quia cum excessus potestatis E D, supra potestatem D F, constet ex tot homogeneis factis sub partibus D E, ex quot sub partibus A B, constat excessus potestatis B A, supra potestatem A C; si D F, est maior A C, & E F, æqualis C B, homogenea sub partibus D E, erunt maiora homogeneis sub partibus A B. Quod est contra hypothesim. Quod multo magis concluderetur si E F, esset maior C B. V. g. excessus cubi E D, supra cubum D F, sunt cubus E F, tria facta ex E F, in quadratum D F, & tria facta sub D F, in qua-

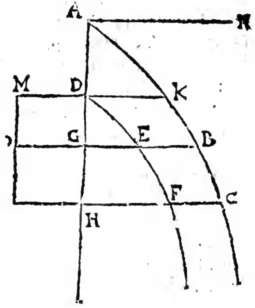
dra-

dratum EF. Pariter excessus cubi BA, supra cubum AC, est cubus BC, tria sub CB, in quadratum AC, & tria sub AC, in quadratum CB. Cum ergo, ex hypothesi, sit DF, maior AC, & FE, æqualis CB. Facta sub partibus ED, erunt maiora factis sub partibus AB. Et multo magis si FE, sit maior CB. Sed cum facta sub partibus DE, sint ęqualia factis sub partibus AB. Erit EF, minor CB.

PROPOSITIO XCV.

Si HAC, sit parabola cuiuscunque gradus, & HDF, sit eiusdem gradus cum ipsa, & etiam ei ęqualis. Hæ erunt asymptoti; hoc est magis, magisque accedentes inuicem, non tamen conuenientes.

AN, sit latus rectum vtriusque parabolæ, inuentum secundum tradita in proposit. 49. Miscell. Hyperb. Ducantur ordinatim applicatæ ad diametrum GEB, HFC. Quoniam potestas BG, ęquatur facto sub GA, & sub potestate AN, vnius gradus inferioris potestatis parabolæ: & pariter potestas GE, ęquatur facto sub GD, & sub dicta potestate AN. Ergo differentia potestatum BG, GE, ęquabitur differentię factorum sub GD, & sub GA, in dictam potestatem AN. Nempe facto sub DA, in dictam potestatem AN. Nempe potestati DK, homogeneæ potestatibus BG, GE. Eodem modo excessus potestatis CH, supra potestatem HF, ostendetur



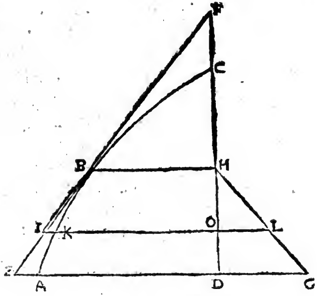
detur ęqualis poteſtati Dk. Et hoc oſtenderetur de quibuſcunque exceſſibus ordinatim applicatarum. Cum ergo HC, ſit maior GB, & HF, ſit maior GE, & differentia poteſtatum CH, HF, ſit maior differentia poteſtatum BG, GF: erit CF, minor EB. Quæ etiam eò erit minor, quò magis elongabitur ab ipſo D. Quare parabolæ ſemper magis, magiſque accedent.

Et nunquam concurrent, qui ſi concurrerent in aliquo puncto putà in C, vt F, & C, eſſent idem punctum, tunc facta ſub HD, & HA, in illam poteſtatem AN, eſſent ęqualia. Quod vtique implicat.

PRO-

PROPOSITIO XCVI.

Si ACD, sit quælibet semiparabola quadratica, cuius axis CD, & EBF, sit tangens occurrens basi DA, producta in E, & AD, sic producatur ad G, vt quadratum DG, possit differentiam quadratorum ED, DA, & ordinatim applicata BH, ac ducta HG, intelligamus tam frustum conicum EBHD, quam triangulum DHG, rotari circa HD. Erit annulus ortus ex trilineo mixto EBA, æqualis tam secundum totum, quam secundum partes proportionales cono ex DHG.



IN triangulo enim EFD, est quadratum ED, ad quadratum BH, vt quadratum DF, ad quadratum

tum FH. Quadratum BH, ad quadratum AD, est ob parabolam, vt CH, ad CD: nempe vt quadratum CH, ad rectangulum DCH: nempe vt quadruplum quadratum CH, seu quadratum FH (cum enim ex prim. conic: proposit. sit FH, dupla CH, quadratum FH, erit quadruplum quadrati CH) ad quadruplum rectangulum DCH. Erit ex æquali, quadratum ED, ad quadratum DA, vt quadratum DF, ad quadruplum rectangulum DCH: nempe ad quadruplum rectangulum DHC, cum quadruplo quadrato HC: nempe ad duplum rectangulum DHF, cum quadrato FH. Quare per conuersionem rationis, & conuertendo, erit differentia quadratorum ED, DA, ad quadratum ED, vt quadratum DH, ad quadratum DF. Tunc sumatur in HD, quodlibet punctum O, & ducatur IKOL, parallela EG. Eodem modo, quo factum est supra probabitur esse quadratum ED, ad quadratum KO, vt quadratum DF, ad duplum rectangulum OHF, cum quadrato HF. Sed est idem quadratum ED, ad quadratum totum IO, vt quadratum DF, ad quadratum FO. Ergo idem quadratum ED, erit ad differentiam quadratorum IO, Ok, vt quadratum DF, ad excessum quadrati OF, supra duo rectangula OHF, cum quadrato HF: nempe ad quadratum OH. Erat autem supra differentia quadratorum ED, DA, ad quadratum ED, vt quadratum DH, ad quadratum DF. Erit ergo ex æquali, differentia quadratorum ED, DA, ad differentiam quadratorum IO, OK, vt

qua-

quadratum DH, ad quadratum HO: nempe vt quadratum DG, ad quadratum OL. Quare etiam armilla ex EA, erit ad armillam ex Ik, vt circulus radij DG, ad circulum radij OL. Et permutando. Sed armilla ex EA, & circulus radij DG, sunt æquales (quia ex hypothesi, differentia quadratorum ED, DA, & quadratum DG, sunt magnitudines æquales.) Ergo etiam armilla ex IK, erit æqualis circulo radij OL. Et hoc vbilibet. Ergo annulus erit æqualis cono. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Facilè ergo agnoscet geometra annulum, & conum esse magnitudines proportionaliter analogas, Centrum ergo grauitatis annuli sic secabit HD, vt secatur à centro grauitatis coni. Nempe vt pars ad H, sit tripla partis ad D. Item cum in OD, pluribus vicibus traditum sit centrum grauitatis frusti conici ex DOLG; idem etiam erit centrum partis annuli ex quadrilatero mixto EIkA.

SCHOLIVM II.

Licuit animaduertere in hucusque eplicatis tradidisse nos quamplurimas mensuras, notasseque non pauca centra grauitatis solidorum rotundorum ex figuris circa axim rotatis. Cumque quodlibet solidum rotundum sit proportionaliter analogum cum trun-

trunco sinistro cylindrici recti super semifigura genitrice solidi existentis, ac resecti plano diagonaliter transeunte per lineam circa quam fit rotatio, & per punctum in latere: non modò horum truncorum omnium habebimus cubationes, sed etiam centra æquilibrij ipsorum appensorum secundum lineam circa quam fit rotatio. Hæc omnia intelligentur nullo negotio ex alibi, & passim in alijs nostris operibus à nobis traditis.

Hæc sunt, Benignè Lector, quæ octauo loco tibi proponimus percurrenda. Forsitan aliàs promulgatis turpiora erunt. Quæ quæ sint sustine ea, veluti & errores ipsius impressionis, qui certè innumeri erunt. Quapropter numquam magis vice hac indiguimus tua benignitate. Si otium suppeditabitur, quo tamen & nunc, & forsitan in posterum magis carebimus, alia imprimenda curabimus. Vale.

FINIS.